

Trabajo fin de Grado  
Grado en Ingeniería de las Tecnologías  
Industriales

Diseño de transmisión variable para vehículo  
turismo

Autor: Diana Higuera López

Tutor: Francisco José Morales Sánchez

Francisco García Benítez

Dep. de Ingeniería y Ciencia de los Materiales y  
del Transporte

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Sevilla, 2016





Trabajo Fin de Grado  
Grado en Ingeniería de las Tecnologías Industriales

## **Diseño de transmisión variable para vehículo turismo**

Autor:

Diana Higuera López

Tutor:

Francisco José Morales Sánchez

Francisco García Benítez

Dep. de Ingeniería y Ciencia de los Materiales y del Transporte

Escuela Técnica Superior de Ingeniería

Universidad de Sevilla

Sevilla, 2016



Proyecto Fin de Carrera: Diseño de transmisión variable para vehículo turismo

Autor: Diana Higuera López

Tutor: Francisco José Morales Sánchez  
Francisco García Benítez

El tribunal nombrado para juzgar el Proyecto arriba indicado, compuesto por los siguientes miembros:

Presidente:

Vocales:

Acuerdan otorgarle la calificación de:

Sevilla, 2016

El Secretario del Tribunal

## Resumen

En este proyecto partimos de un diseño de transmisión variable para un vehículo turismo que rectifica en ambos sentidos el movimiento del planeta de un tren epicicloidal. Esto conlleva que la velocidad relativa entre las pistas de las ruedas libres sea el doble que la velocidad de salida, dificultando la selección de las ruedas libres disponibles en el mercado.

El objetivo de este proyecto numérico-analítico es comparar el diseño actual con un nuevo sistema en el que se rectifique el movimiento del planeta en un único sentido y se bloquee el sentido contrario. De esta forma, la velocidad relativa entre las pistas del elemento rectificador (rueda libre) sea inferior a la del diseño de partida. Como contrapartida, la corona inercial oscilará alrededor de una velocidad media distinta de cero.

Esta comparativa se llevará a cabo partiendo de dos sistemas que hagan que el motor trabaje en el mismo punto de funcionamiento, en nuestro caso se ha elegido el par de entrada en valor máximo.

# Abstract

This study starts from an actual variable transmission design for a private car which rectifies the oscillatory movement of the sun of an epicyclic gear, generated by a first stage of the transmission, in both senses. This conveys that the relative rotational speed between freewheels rings will be twice the output speed, causing difficulties in choosing commercial freewheels.

The aim of this analytical-numerical study is to compare the actual design and the new system which rectifies the movement in only one rotating direction of the sun gear blocking the opposite direction. As a counterpart, the ring gear will oscillate at an average speed different to zero.

This comparative will be done by analysing both systems when the engine works at the same operating point, settle at the maximum input torque.

## **Agradecimientos**

A mis padres, Juan y Begoña, gracias por ser el pilar fundamental para resolver todos los problemas, estos cuatro años no habrían sido posibles sin vosotros. A Carlos R. por ayudarme siempre y animarme en los momentos más difíciles.

A mis tutores, Francisco José Morales Sánchez y Francisco García Benítez, por tanta dedicación y horas de tutoría, por haberme guiado y resuelto cada duda en el transcurso de este trabajo.

# Índice

1. Introducción .....	15
1.1    CVTS frente a transmisiones de relaciones fijas .....	15
1.2    Convertidor de par frente a CVT .....	17
2. Principio de funcionamiento .....	17
2.1    Mecanismo de regulación inercial .....	18
2.1.1    Tren epicicloidal .....	18
2.1.2    Funcionamiento .....	19
2.1.3    Modos de funcionamiento .....	20
2.2    Mecanismo de accionamiento .....	21
2.3    Mecanismo de rectificación .....	23
3. Diseño rectificador en ambos sentidos .....	24
3.1.    Características del motor .....	25
3.2.    Resultados .....	25
4. Diseño rectificador en un único sentido .....	28
5. Optimización a par de entrada máximo .....	31
5.1    Optimización del diseño rectificador en ambos sentidos .....	31
5.1.1    Estudio de sensibilidad .....	31
5.1.2    Elección de variables .....	40
5.1.3    Optimización .....	41
5.1.4    Resultados .....	42
5.2    Optimización del diseño rectificador en un único sentido .....	45
5.2.1    Estudio de sensibilidad .....	45
5.2.2    Elección de las variables .....	52
5.2.3    Optimización .....	53
5.2.4    Resultados .....	54
6. Conclusiones .....	57
7. Trabajos futuros .....	60
8. Anexos .....	61
Anexo I: Curva de par motor .....	61
Anexo II: Dinámica longitudinal AUDI A3 .....	64
Fuerza de resistencia aerodinámica .....	64
Fuerza de resistencia gravitatoria .....	65
Fuerza de inercia .....	65

Fuerza de rodadura .....	65
Fuerza de resistencia total .....	66
Momento resistente .....	66
Anexo III: Curva de potencia .....	69
Anexo IV: Datos del vehículo Audi A3 .....	70
9. Bibliografía .....	71

## Índice de figuras

Figura 1-1: Curva de potencia de un motor de combustión interna .....	15
Figura 1-2: Curvas de potencia referidas a la velocidad del vehículo.....	16
Figura 1-3: Curva de potencia ideal.....	16
Figura 2-1: Esquema sistema de transmisión.....	17
Figura 2-2: Tren epicicloidal .....	18
Figura 2-3: Esquema de un tren epicicloidal simple .....	19
Figura 2-4: Evolución de las potencias en los elementos del tren epicicloidal .....	20
Figura 2-5: Mecanismo de cuatro barras .....	22
Figura 2-6: Ley de Grashof .....	22
Figura 2-7: Funcionamiento ruedas libres.....	23
Figura 2-8: Rueda libre .....	24
Figura 3-1: Diseño rectificador en ambos sentidos.....	24
Figura 3-2: Velocidades de entrada y salida del diseño rectificador en ambos sentidos .....	26
Figura 3-3: Potencia de entrada del diseño rectificador en ambos sentidos.....	26
Figura 3-4: Par de entrada del diseño rectificador en ambos sentidos .....	27
Figura 3-5: Ruedas libres del diseño rectificador en ambos sentidos.....	27
Figura 4-1: Diseño rectificador en un único sentido .....	28
Figura 4-2: Velocidades de entrada y salida del diseño rectificador en un único sentido.....	29
Figura 4-3: Potencia de entrada del diseño rectificador en un único sentido .....	29
Figura 4-4: Par de entrada del nuevo diseño .....	30
Figura 4-5: Ruedas libres del diseño rectificador en un único sentido .....	30
Figura 5-1: Mecanismo de accionamiento .....	32
Figura 5-2: Evolución del par de entrada con la variación de la relación de entrada.....	33
Figura 5-3: Mecanismo de accionamiento, longitud de la biela .....	34
Figura 5-4: Evolución del par de entrada con la variación de la longitud de la biela.....	34
Figura 5-5: Tren epicicloidal, espesor de la corona.....	35
Figura 5-6: Evolución del par de entrada con la variación del espesor de la corona.....	35
Figura 5-7: Tren epicicloidal, ancho de la corona .....	36
Figura 5-8: Evolución del par de entrada con la variación del ancho de la corona .....	37
Figura 5-9: Tren epicicloidal, relación entre planeta satélite.....	38
Figura 5-10: Evolución del par de entrada con la variación de la relación entre planeta y satélite .....	38
Figura 5-11: Engranaje de salida .....	39
Figura 5-12: Evolución del par de entrada con la variación de la relación de salida .....	39
Figura 5-13: Vel. entrada y salida del diseño rectificador en ambos sentidos optimizado .....	42
Figura 5-14: Estabilización del diseño rectificador en ambos sentidos optimizado .....	42
Figura 5-15: Par de entrada del diseño rectificador en ambos sentidos optimizado .....	43
Figura 5-16: Potencia de entrada del diseño rectificador en ambos sentidos optimizado .....	43
Figura 5-17: Ruedas libres del diseño rectificador en ambos sentidos optimizado.....	44

Figura 5-18: Variación de la velocidad con la pendiente del diseño rectificador en ambos sentidos optimizado .....	44
Figura 5-19: Mecanismo de accionamiento .....	46
Figura 5-20: Evolución del par de entrada con la variación de la relación de entrada .....	46
Figura 5-21: Mecanismo de accionamiento, longitud de la biela .....	47
Figura 5-22: Evolución del par de entrada con la variación de la longitud de la biela .....	47
Figura 5-23: Tren epicicloidal, espesor de la corona .....	48
Figura 5-24: Evolución del par de entrada con la variación del espesor de la corona .....	48
Figura 5-25: Tren epicicloidal, ancho de la corona .....	49
Figura 5-26: Evolución del par de entrada con la variación del ancho de la corona .....	49
Figura 5-27: Tren epicicloidal, relación entre planeta satélite .....	50
Figura 5-28: Evolución del par de entrada con la variación de la relación entre planeta y satélite .....	51
Figura 5-29: Engranaje de salida .....	51
Figura 5-30: Evolución del par de entrada con la variación de la relación de salida .....	52
Figura 5-31: Vel. entrada y salida del diseño rectificador en un único sentido optimizado .....	54
Figura 5-32: Par de entrada del diseño rectificador en un único sentido optimizado .....	54
Figura 5-33: Potencia de entrada del diseño rectificador en un único sentido optimizado .....	55
Figura 5-34: Velocidad de la corona en el diseño rectificador en un único sentido optimizado .....	55
Figura 5-35: Ruedas libres del diseño rectificador en un único sentido optimizado .....	56
Figura 5-36: Aumento de la pendiente en el diseño rectificador en un único sentido optimizado .....	56
 Figura 6-1: Comparativa del par de entrada .....	57
Figura 6-2: Comparación de ambos diseños .....	58
Figura 6-3: Comparativa rizado velocidad de entrada .....	59
Figura 6-4: Comparativa rizado velocidad de salida .....	59
 Figura 8-1: Curva de par motor y potencia del motor de 90 CV .....	61
Figura 8-2: Curva analítica del par motor .....	61
Figura 8-3: Step delimitador de la curva analítica .....	62
Figura 8-4: Step delimitador de la curva analítica .....	62
Figura 8-5: Par de arranque y par de entrada .....	63
Figura 8-6: Dinámica longitudinal .....	64
Figura 8-7: Coeficiente de fricción .....	66
Figura 8-8: Audi A3 .....	67
Figura 8-9: Par resistente para alpha cero .....	68
Figura 8-10: Curva de potencia .....	69

## Índice de tablas

Tabla 5-1: Valores simulados de la relación de entrada .....	33
Tabla 5-2: Valores simulados de la longitud de la biela .....	34
Tabla 5-3: Valores simulados del espesor de la corona .....	35
Tabla 5-4: Valores simulados del ancho de la corona .....	36
Tabla 5-5: Valores simulados de la relación planeta satélite.....	38
Tabla 5-6: Valores simulados de la relación de salida.....	39
Tabla 5-7: Sensibilidad de las variables estudiadas .....	40
Tabla 5-8: Valores de partida de la optimización.....	41
Tabla 5-9: Iteraciones de la optimización del diseño rectificador en ambos sentidos .....	41
Tabla 5-10: Valores simulados de la relación de entrada .....	46
Tabla 5-11: Valores simulados de la longitud de la biela .....	47
Tabla 5-12: Valores simulados del espesor de la corona .....	48
Tabla 5-13: Valores simulados del ancho de la corona .....	49
Tabla 5-14: Valores simulados de la relación planeta satélite.....	50
Tabla 5-15: Valores simulados de la relación de salida.....	51
Tabla 5-16: Sensibilidad de las variables estudiadas .....	52
Tabla 5-17: Valores de partida de la optimización.....	53
Tabla 5-18: Iteraciones realizadas.....	53
Tabla 6-1: Comparativa de resultados de los sistemas .....	57

# 1. Introducción

---

Los vehículos de hoy en día con motor de combustión interna tienen una caja de cambio, independientemente del tipo ésta. El comportamiento del motor está íntimamente ligado al funcionamiento de esta caja de cambios, por lo que es de interés estudiarla.

Si elimináramos la caja de cambios, comprobaríamos que el rango de velocidades de giro en el que el motor tiene una potencia adecuada es muy limitado. El motor de combustión interna al ralentí posee una potencia muy limitada, y por debajo de esta velocidad ni siquiera es capaz de funcionar adecuadamente. También se encuentra limitada la velocidad de giro del motor por una cota superior, ya que también cae la potencia considerablemente, y velocidades muy altas podrían producir problemas de desgaste, calentamientos, etc.

Por tanto, la función fundamental de una caja de cambios es la de adaptar la curva de potencia del motor a las necesidades del vehículo y, en función del diseño de esta adaptación obtener un mejor rendimiento del motor.

## 1.1 CVTS frente a transmisiones de relaciones fijas

Las transmisiones de relaciones fijas cuentan con un número discreto de relaciones de transmisión o marchas.

Un motor de combustión sólo puede proporcionar su potencia máxima en un único punto, como se muestra en la figura 1-1:

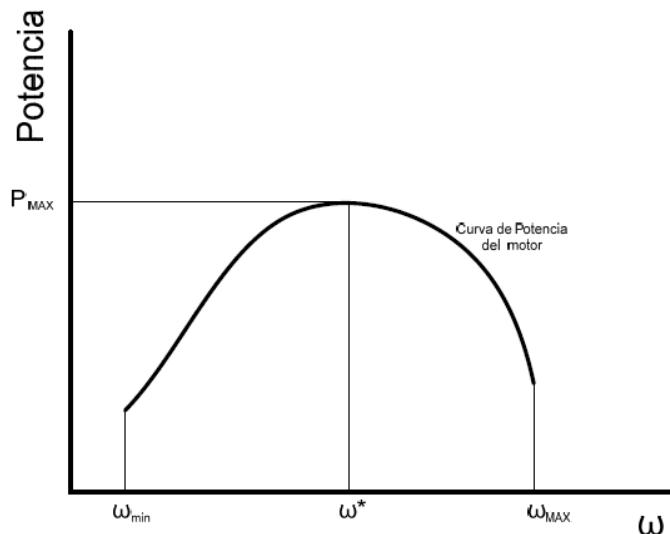
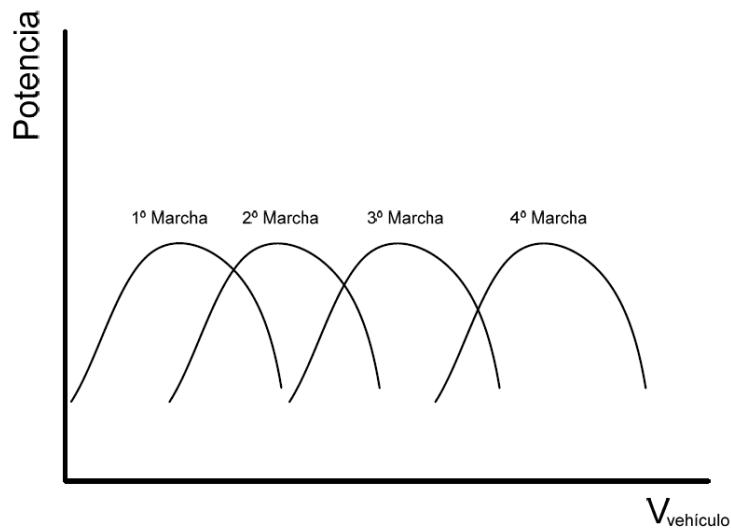


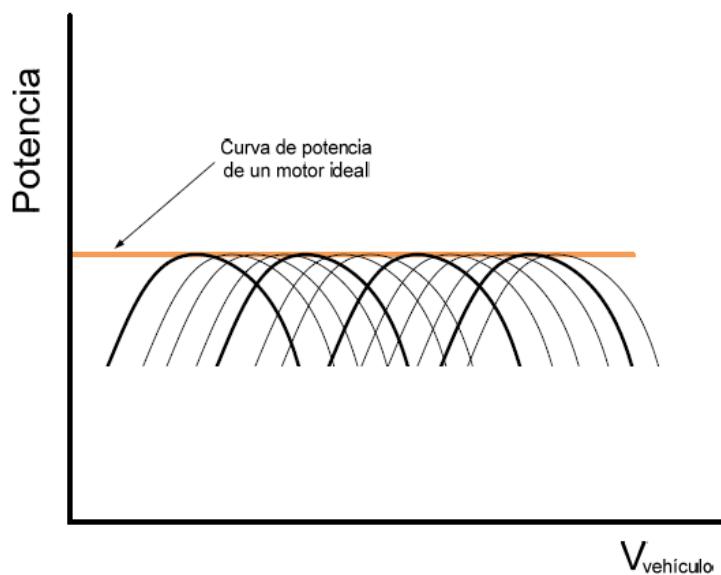
Figura 1-1: Curva de potencia de un motor de combustión interna

Si se tiene una caja de cambios de 4 marchas, se tendría que la curva de potencia referida a la velocidad del vehículo depende de la marcha seleccionada, y la velocidad que puede alcanzar es mucho mayor, siendo además posible en este caso llegar a la máxima potencia en cuatro puntos en lugar de solo en uno (figura 1-2).



**Figura 1-2: Curvas de potencia referidas a la velocidad del vehículo**

El motor ideal sería aquel capaz de dar su máxima potencia a todas las velocidades del vehículo. Si aumentamos el número de marchas hasta el infinito se conseguiría una curva como la deseada, tal y como se muestra en la figura 1-3. Esto es lo que se consigue con una relación de transmisión continua variable.



**Figura 1-3: Curva de potencia ideal**

Podemos definir la transmisión continua variable (CVT) como una caja de cambios con marchas infinitas. Con este tipo de cajas de cambios se puede optimizar el funcionamiento del motor dejándolo en el punto de mayor potencia, mayor rendimiento, mayor par motor, etc.

De esto tratará este trabajo fin de grado: optimizar una caja de cambios en el punto de mayor par.

Finalmente se puede afirmar que las CVTs tienen una serie de ventajas frente a las transmisiones de relaciones fijas: disminuyen el consumo del motor, mejoran la aceleración del vehículo y aumentan el confort de la conducción.

## 1.2 Convertidor de par frente a CVT

Un convertidor de par es un sistema de transmisión capaz de regular la relación de transmisión entre sus ejes de entrada y salida automáticamente en función de las velocidades en los ejes y las condiciones de par. Con este sistema no sería posible variar la velocidad del vehículo sin modificar la velocidad de giro del motor de combustión interna, ya que el convertidor de par no dispone de sistema de regulación externo.

## 2. Principio de funcionamiento

El sistema de transmisión está compuesto por un mecanismo de accionamiento, un tren epicicloidal con una adición de masa en la corona que hace de mecanismo inercial y un mecanismo rectificador, como podemos ver en la figura 2-1.

El motor se conecta al mecanismo de accionamiento generándose en el eje de entrada del tren epicicloidal un movimiento oscilante que genera aceleraciones del mismo tipo. El mecanismo inercial regula el par que se proporciona a la salida en función de las condiciones de funcionamiento, y por último el mecanismo rectificador convierte el giro oscilante a la salida del tren en una velocidad angular en un único sentido.

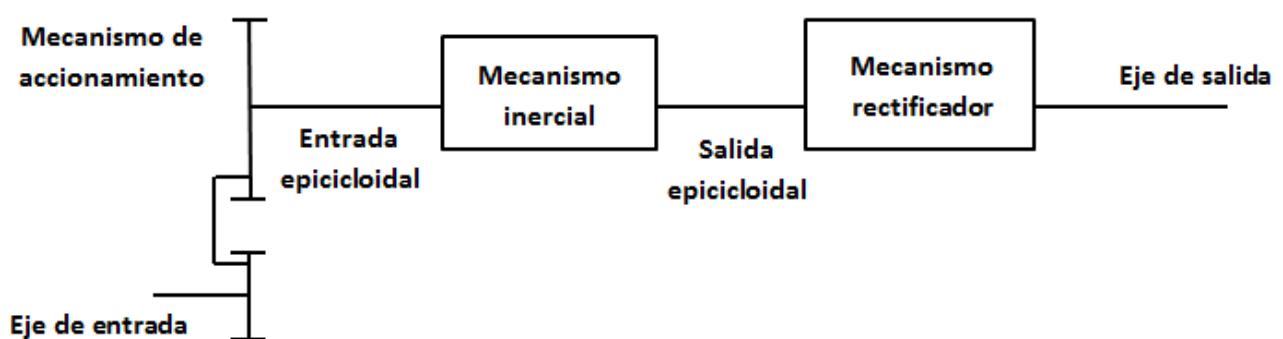


Figura 2-1: Esquema sistema de transmisión

## 2.1 Mecanismo de regulación inercial

El mecanismo de regulación inercial es el elemento central del sistema de transmisión, el cual actúa regulando de manera inercial la señal de velocidad angular en su eje de entrada, proporcionando una señal diferente en el eje de salida.

### 2.1.1 Tren epicicloidal

El mecanismo de regulación inercial está constituido por un reductor epicicloidal (figura 2-2). El eje de entrada se encuentra conectado al portasatélite, y el eje de salida conectado al planeta. Por lo tanto, en un montaje de este tipo, el reductor epicicloidal estaría multiplicando la velocidad de entrada, por lo que nos referimos a él como tren epicicloidal.

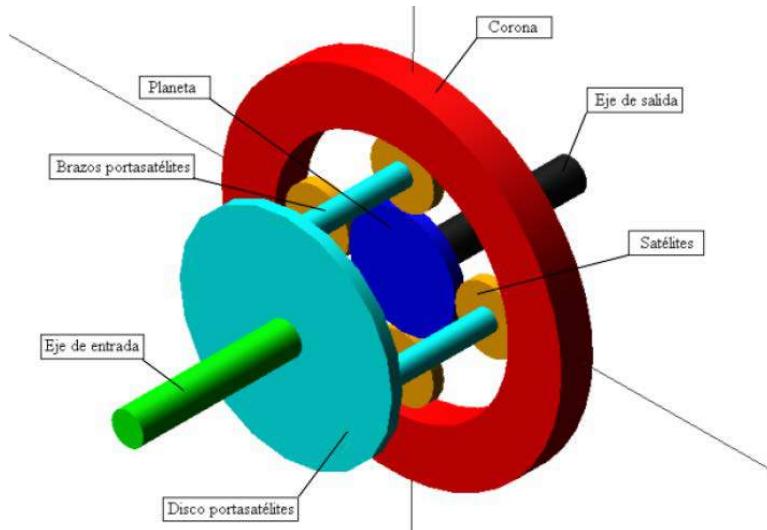
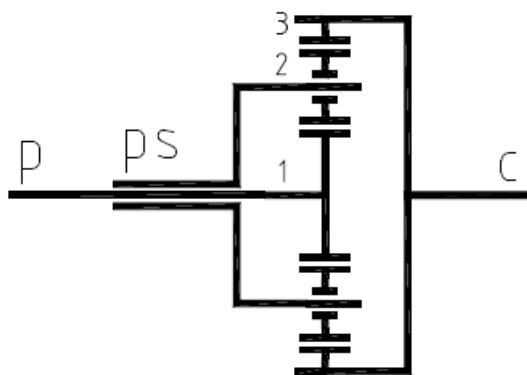


Figura 2-2: Tren epicicloidal

Se destaca del tren los siguientes aspectos (figura 2-3):

- A excepción de los satélites, todos los elementos tienen un eje común de rotación y coincide con los ejes de entrada y salida.
- El planeta es un piñón dentado exteriormente que engrana con los satélites y está conectado con el eje de salida.
- Los satélites son piñones dentados exteriormente que engranan de forma conjunta con el planeta y con la corona interiormente.

- La corona es un anillo dentado interiormente que engrana con los satélites.
- Los satélites se encuentran unidos a los brazos portasatélites (ps) mediante rodamientos. De este modo, el giro de los primeros en torno a su centro de gravedad viene impuesto por el movimiento de rotación de los segundos como sólido rígido debido al giro del eje de entrada.
- Los brazos porta satélites se encuentran unidos solidariamente al disco porta satélites, que es el encargado de transmitir el movimiento de rotación a los mismos desde el eje de entrada.



**Figura 2-3: Esquema de un tren epicicloidal simple**

## 2.1.2 Funcionamiento

El funcionamiento depende de la propiedad del reductor epicicloidal montado de forma invertida por la que al aplicarse una aceleración al porta satélites, bloqueando el planeta, la respuesta de la corona es una aceleración con una evolución del tipo similar. Una vez estabilizada la velocidad del porta satélites se estabiliza asimismo la velocidad de la corona. Como consecuencia de la aceleración del porta satélites y mientras dure, se genera un par en el eje de salida, en el planeta, que está bloqueado. Una vez que cesa el proceso de aceleración desaparece dicho par.

Al aplicarse una señal de entrada oscilante centrada en cero que proporciona el mecanismo de accionamiento, la señal de salida del tren epicicloidal será también de carácter oscilatorio. Por ello es necesario el uso de un mecanismo de rectificación del movimiento a la salida basado en ruedas libres.

La adición de la masa a la corona del tren epicicloidal permite que dicho elemento se convierta en un mecanismo inercial de regulación de potencia. Se acumula y cede potencia cíclicamente, cediendo tanto al planeta como al porta satélites. Este motivo otorga un carácter inercial a la transmisión, siendo la CVT dinámica inercial.

### 2.1.3 Modos de funcionamiento

A lo largo del funcionamiento del tren epicicloidal, el principio de conservación de la energía permite un balance energético que nos indica que la potencia que cede el accionamiento del tren a través del porta satélites tiene que ser igual a la potencia que absorbe en forma inercial la corona más la que cede al eje de transmisión a través del planeta.

$$P_{ps} + P_c + P_p = 0 \rightarrow P_{ps} = -(P_c + P_p)$$

$$M_{ps} * \omega_{ps} = I_c * \omega_c * \frac{\partial \omega_c}{\partial t} - M_p * \omega_p$$

La evolución de la potencia de cada elemento se muestra en la figura 2-4.

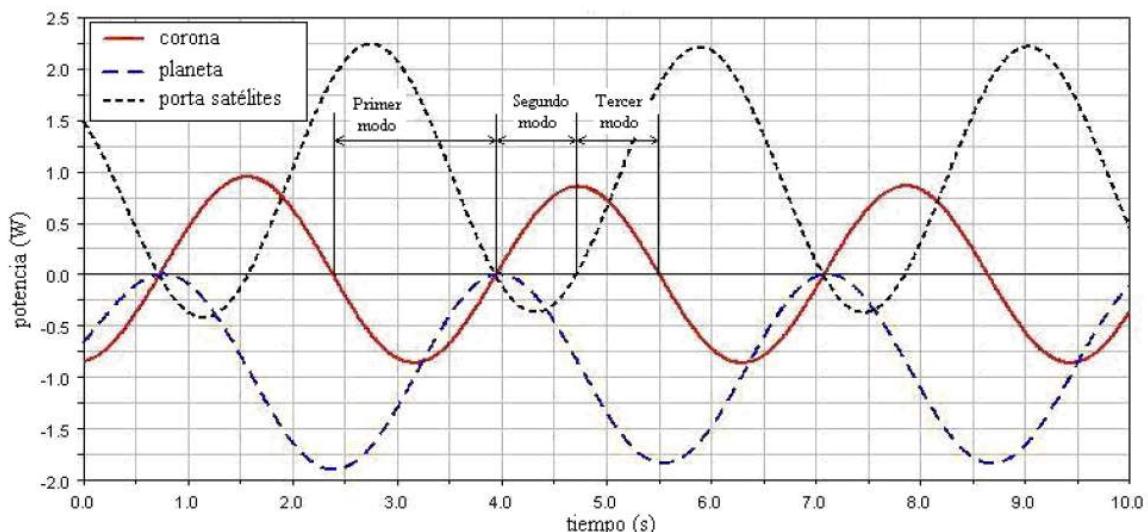


Figura 2-4: Evolución de las potencias en los elementos del tren epicicloidal

Se observa que según sean las potencias cedidas o absorbidas en cada uno de los elementos, se dan 3 modos de funcionamiento diferentes que se repetirán en el tiempo.

### **Primer modo**

El eje motor cederá potencia al sistema, que es absorbida por la corona y el planeta, siendo estos acelerados. En este modo la corona se acelera y con ello acumula energía de forma cinética inercial.

- $P_{ps} > 0 \rightarrow$  Se cede potencia al tren epicicloidal desde el porta satélites.
- $P_c < 0 \rightarrow$  La corona absorbe potencia y se acelera.
- $P_p < 0 \rightarrow$  Se cede potencia al eje de salida desde el planeta.

### **Segundo modo**

Este modo es el más desfavorable ya que la corona cede potencia tanto a la entrada como a la salida. El hecho de que ceda potencia a la entrada es desfavorable ya que se invierte el flujo energético.

- $P_{ps} < 0 \rightarrow$  Se cede potencia al mecanismo de accionamiento desde el porta satélites.
- $P_c > 0 \rightarrow$  La corona cede potencia y se desacelera.
- $P_p < 0 \rightarrow$  Se cede potencia al eje de salida desde el planeta.

### **Tercer modo**

Toda la energía proveniente del motor y también la acumulada en la corona se invierten en vencer el par de salida. Este modo es el más favorable ya que se transmite más potencia al eje de salida. La transición al primer modo se produce al comenzar la corona a absorber la potencia de nuevo.

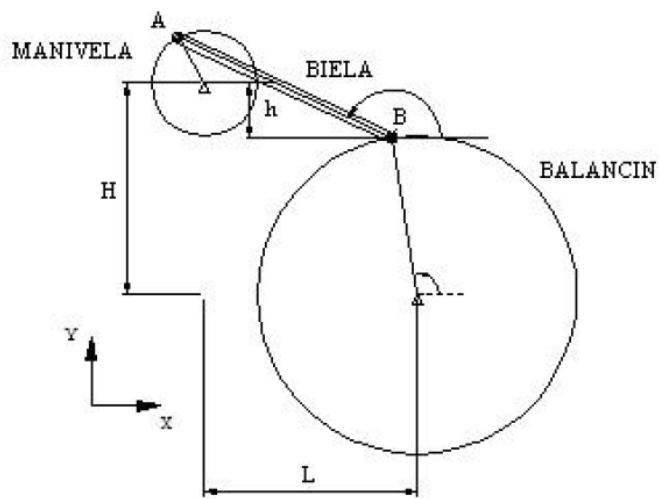
- $P_{ps} > 0 \rightarrow$  Se cede potencia al tren epicicloidal desde el porta satélites.
- $P_c > 0 \rightarrow$  La corona cede potencia y se desacelera.
- $P_p < 0 \rightarrow$  Se cede potencia al eje de salida desde el planeta.

## **2.2 Mecanismo de accionamiento**

El motor que acciona la caja de cambios proporciona una velocidad angular en el eje de entrada en un único sentido, por lo que para generar una velocidad oscilante de amplitud variable en la entrada del tren epicicloidal es necesario utilizar un mecanismo de accionamiento que convierta la velocidad angular del motor en una velocidad angular oscilante centrada en cero cuya amplitud varíe entre un valor nulo y una amplitud máxima. En

nuestro caso vamos a mantenerla constante y por ello nos encontramos ante un convertidor de par.

Se utilizará como mecanismo de accionamiento un mecanismo de 4 barras como el mostrado en la figura 2-5, constituido por una manivela, una biela y un balancín.

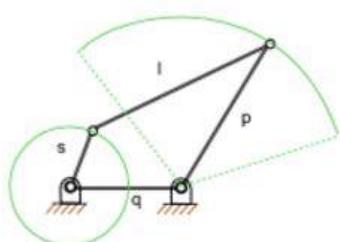


**Figura 2-5: Mecanismo de cuatro barras**

La manivela se conecta al eje de salida del motor, transmitiendo a través de la biela el movimiento al balancín, el cual genera el movimiento oscilatorio en los dos sentidos, como se desea. El radio de la manivela puede variar entre cero y un radio máximo que corresponde a la amplitud máxima de la velocidad angular para cada velocidad de giro del motor. Es necesario para el caso de amplitud máxima tener un movimiento simétrico.

Es preciso tener en cuenta la ley de Grashof [5] a la hora de evitar que el mecanismo de accionamiento, figura 2-6, tenga problemas de bloqueo:

"Si  $s + l \leq p + q$  entonces, al menos una barra del mecanismo podrá realizar giros completos"



**Figura 2-6: Ley de Grashof**

## 2.3 Mecanismo de rectificación

Es necesario transformar la señal de velocidad de salida ya que a la salida de la caja de cambio necesitamos la velocidad angular en un único sentido. Para ello necesitamos un mecanismo rectificador basado en ruedas libres que transforme la velocidad en ambos sentidos, en un único sentido.

Se utilizan en el citado mecanismo dos ruedas libres para poder aprovechar el movimiento oscilatorio en ambos sentidos. El mecanismo rectificador consta de un piñón que invierte el movimiento de una de las ruedas libres, con lo que la salida gira en un único sentido, tal y como muestra la figura 2-7.

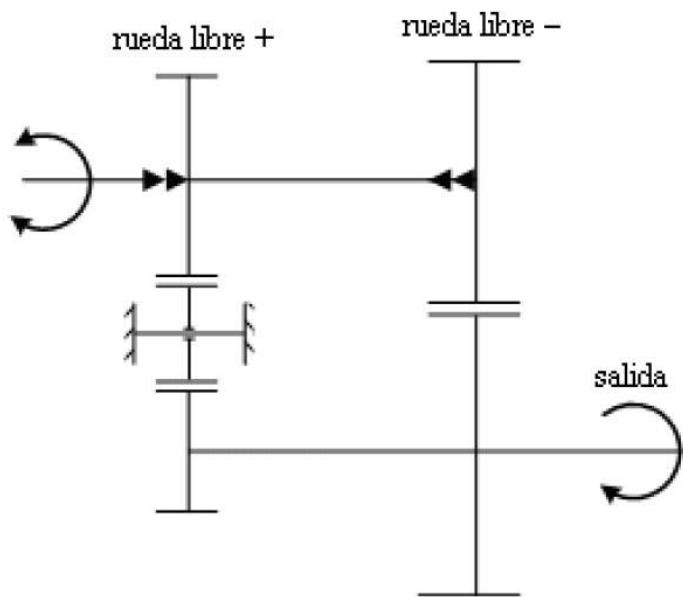
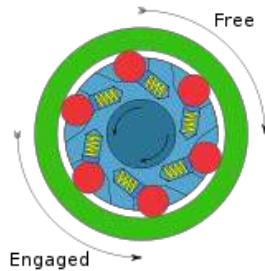


Figura 2-7: Funcionamiento ruedas libres

Se va a utilizar un mecanismo de rectificación que sea simétrico, ya que a priori presenta dos grandes ventajas:

1. Evitamos problemas de descompensación ya que el planeta soporta el mismo par resistente en los dos sentidos.
2. Permite aprovechar la velocidad del planeta en ambos sentidos, con ello el planeta acelera el eje de salida más veces.

Una rueda libre (figura 2-8) es el mecanismo que permite a un eje girar libremente en un sentido y ser engranado en el sentido contrario. Consiste en un sistema instalado en un eje que permite que los piñones giren libremente en una dirección y se mantengan solidarios en la dirección contraria.



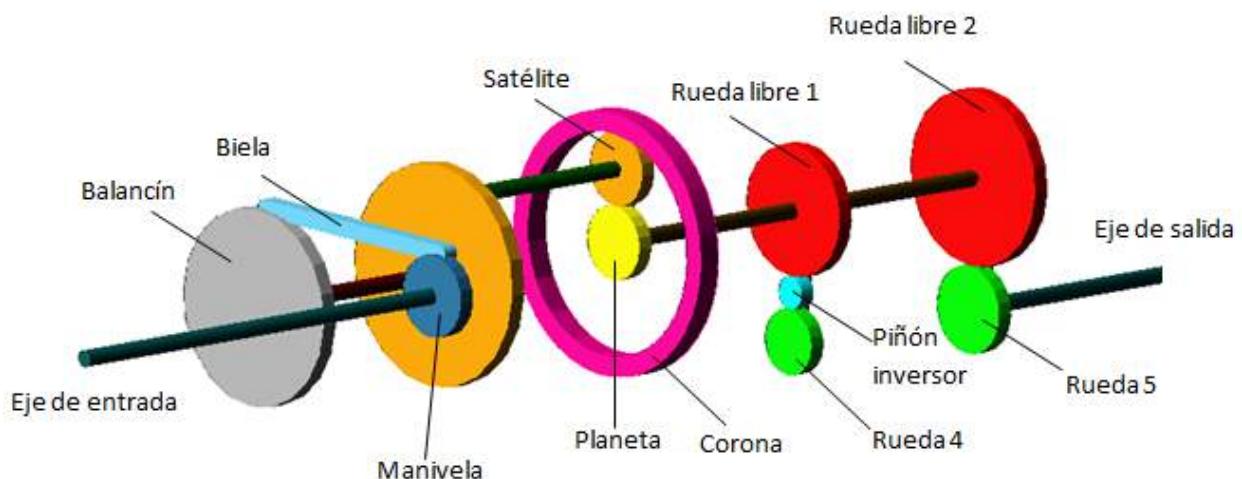
**Figura 2-8: Rueda libre**

Se utilizan unos trinquetes empujados por un muelle para que, en la dirección de giro en la que se realiza la transmisión, se engranen con el resto del mecanismo para transmitir la potencia. En la dirección contraria los trinquetes son empujados hacia el eje y el resto del mecanismo gira libremente.

### 3. Diseño rectificador en ambos sentidos

Se parte de un diseño igual al descrito anteriormente, el cual se diseña con el programa informático *Adams*. Será dimensionado con unos valores con los que se obtenga una señal de salida y un funcionamiento adecuado, y se utilizará como base para optimizarlo con la finalidad de sacar el mejor punto de funcionamiento, ya sea potencia máxima, par máximo, etc.

Se parte de un diseño inicial de sistema rectificador simétrico (figura 3-1) para conseguir que el planeta se encuentre sometido a un par resistente igual en los dos sentidos. Para conseguir esta simetría, como se comentó anteriormente, se van a usar dos ruedas libres, para rectificar ambos sentidos de la velocidad del planeta.



**Figura 3-1: Diseño rectificador en ambos sentidos**

Se parte del diseño con las siguientes dimensiones:

- Radio de la manivela: 50 mm
- Radio del balancín: 120 mm
- Longitud de la biela: 300 mm
- Radio del planeta: 45 mm
- Radio del satélite: 45 mm
- Ancho de la corona: 25 mm
- Espesor de la corona: 30 mm
- Radio de la rueda libre 1: 80 mm
- Radio del piñón inversor: 20 mm
- Relación de salida: 0,5

A la hora de calcular el radio de la rueda libre 2 y de la rueda que engrana con ésta (rueda 5), se tiene en cuenta el carácter simétrico del rectificador y que el eje de salida estará en el punto central de la rueda que engrana con el piñón inversor.

Es necesario dejar el sistema totalmente parametrizado a la hora de diseñarlo, ya que así se podrá modificar todo lo que se necesite a la hora de optimizar.

Con estos valores se tiene un punto de funcionamiento, que puede estudiarse, con la finalidad de saber cuál es el punto de partida y poder comparar los resultados que se alcancen una vez optimizado el diseño.

### 3.1. Características del motor

Para la realización de todas las simulaciones se va a usar un motor de 90 CV, del cual es necesario hacer un estudio de par y de potencia, para conocer en qué rango de valores se podrán obtener los resultados.

Como se puede ver en el anexo I, la velocidad de ralentí del motor es de 104,71 rad/s, y la máxima velocidad que se puede alcanzar en la curva de par es de 649,24 rad/s. El caso del valor del par máximo se da con la velocidad de 435 rad/s, siendo el valor de par máximo en este caso de 148 Nm.

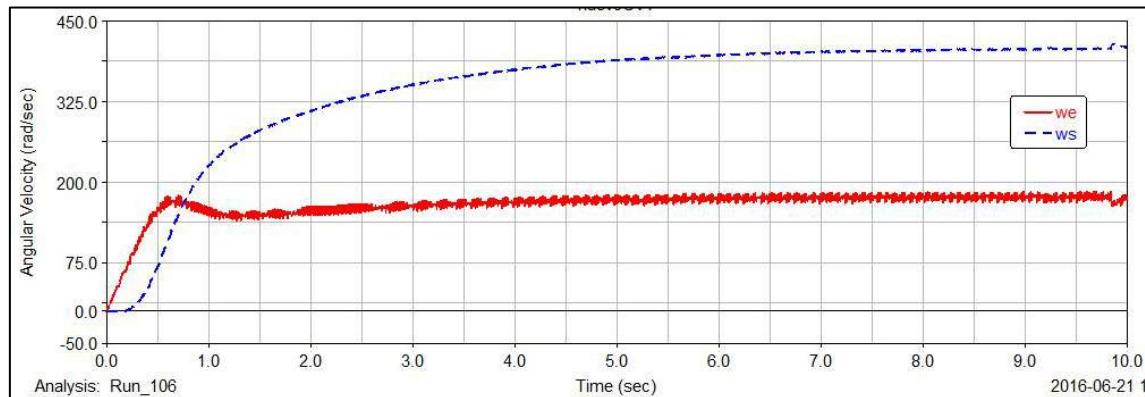
En cuanto a la potencia de entrada, como se muestra en el anexo III, el valor máximo que se obtiene de la curva de potencia es de 75,65 kW, y este valor es alcanzado para una velocidad de entrada de 576 rad/s.

### 3.2. Resultados

En este apartado se estudian los resultados de la simulación del diseño con rectificador en ambos sentidos.

Como señal de entrada del sistema se ha utilizado la curva analítica del motor de 90 CV obtenida en el anexo I y la pendiente de la carretera utilizada es de 0º. Se ha introducido el par resistente, calculado en el anexo II, teniendo en cuenta los parámetros del vehículo mostrados en el anexo IV.

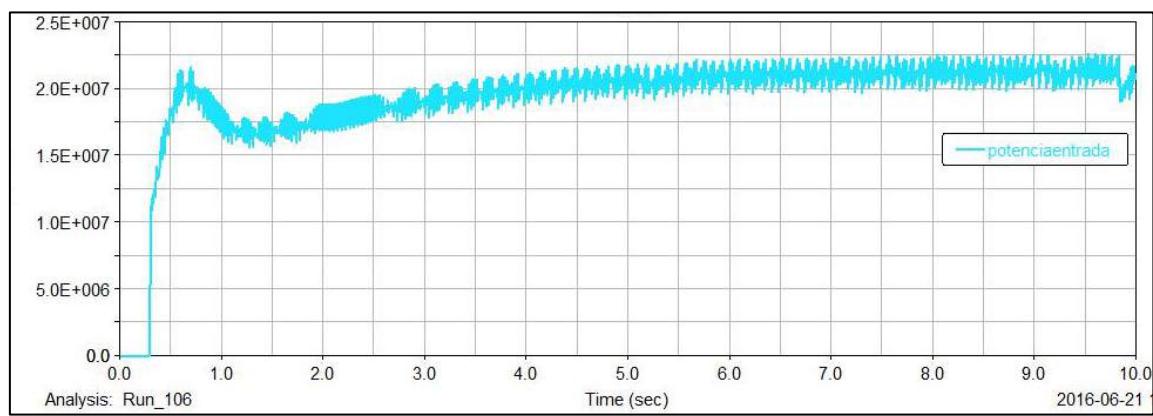
En primer lugar, se muestra en la figura 3-2 las velocidades de entrada (we) al sistema CVT, proveniente del motor, y la velocidad de salida (ws) ya rectificada.



**Figura 3-2: Velocidades de entrada y salida del diseño rectificador en ambos sentidos**

Se obtiene como velocidad de entrada 185 rad/s, y como velocidad de salida 121 km/h, teniendo en cuenta un vehículo con relación de diferencial 3,1 y radio de la rueda 0,25 m. Se observa que la respuesta del sistema, velocidad de salida, se encuentra bastante estabilizada, mientras que la señal de entrada (velocidad de entrada) experimenta un rizado apreciable.

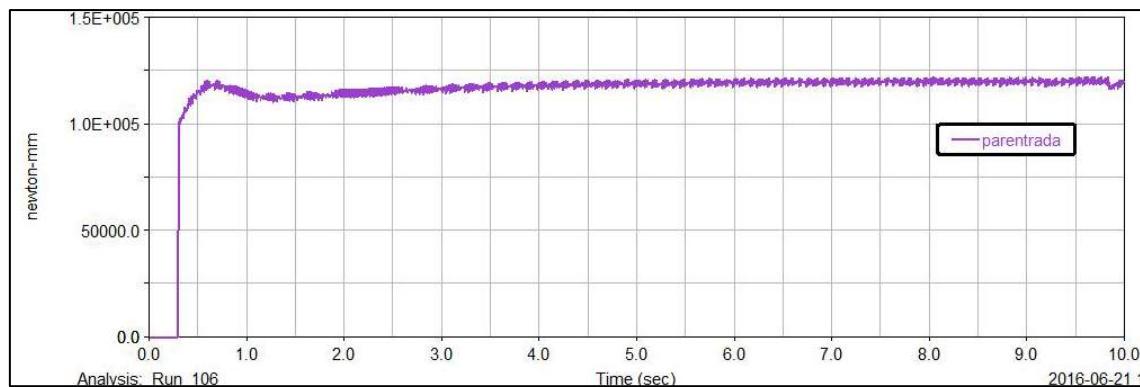
El caso de la evolución de la **potencia de entrada** se muestra en la figura 3-3 de color celeste.



**Figura 3-3: Potencia de entrada del diseño rectificador en ambos sentidos**

Se puede observar como la potencia de entrada se estabiliza en 22,5 kW, lo que se encuentra en la curva de potencia muy por debajo del valor máximo, 75 kW, como se ha comentado en las características del motor. Esto permitirá aumentar la potencia de entrada tras la optimización. Por último esta señal experimenta una gran oscilación.

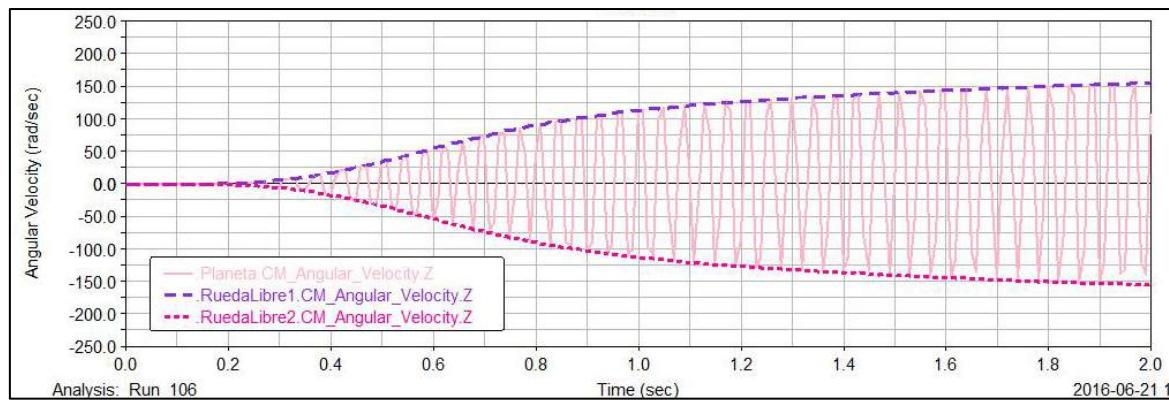
En la figura 3-4 se muestra el **par de entrada** obtenido en el punto de funcionamiento de partida.



**Figura 3-4: Par de entrada del diseño rectificador en ambos sentidos**

Queda comprobado que con las dimensiones actuales del diseño el punto de trabajo está lejos del par máximo de entrada, siendo el obtenido 123 Nm y el par máximo 148 Nm, como bien quedó comprobado en el anexo I. Esto da la posibilidad de aumentar el par con la optimización.

Por último es necesario comprobar que las **ruedas libres** están trabajando correctamente (figura 3-5).



**Figura 3-5: Ruedas libres del diseño rectificador en ambos sentidos**

Se observa como la rueda libre 1 (línea discontinua morada) sigue al planeta en un sentido mientras que la rueda libre 2 (línea discontinua fucsia) sigue al planeta en el sentido contrario. Ambas ruedas libres siguen correctamente al planeta y queda comprobado el carácter simétrico del rectificador, moviéndose ambas a la misma velocidad pero en sentido contrario, por lo que el sistema está listo para ser optimizado.

## 4. Diseño rectificador en un único sentido

Para la realización de este modelo se parte del **diseño anterior** con las **mismas dimensiones**, y se bloquea la rueda libre 1 fijándola al *ground* con un *joint* de tipo *fixed* en el programa *Adams* (figura 4-1); con esto se consigue el efecto que se busca de utilizar únicamente un sentido de la velocidad del planeta.

En un principio podría parecer que se desaprovecha la velocidad de un sentido, ya que se bloquea una rueda libre y no se utiliza la velocidad de salida en ese sentido, pero por otra parte se está acumulando la potencia en la corona, y esta potencia será cedida a su vez a la salida, por lo que no tiene porqué ser menos efectivo.

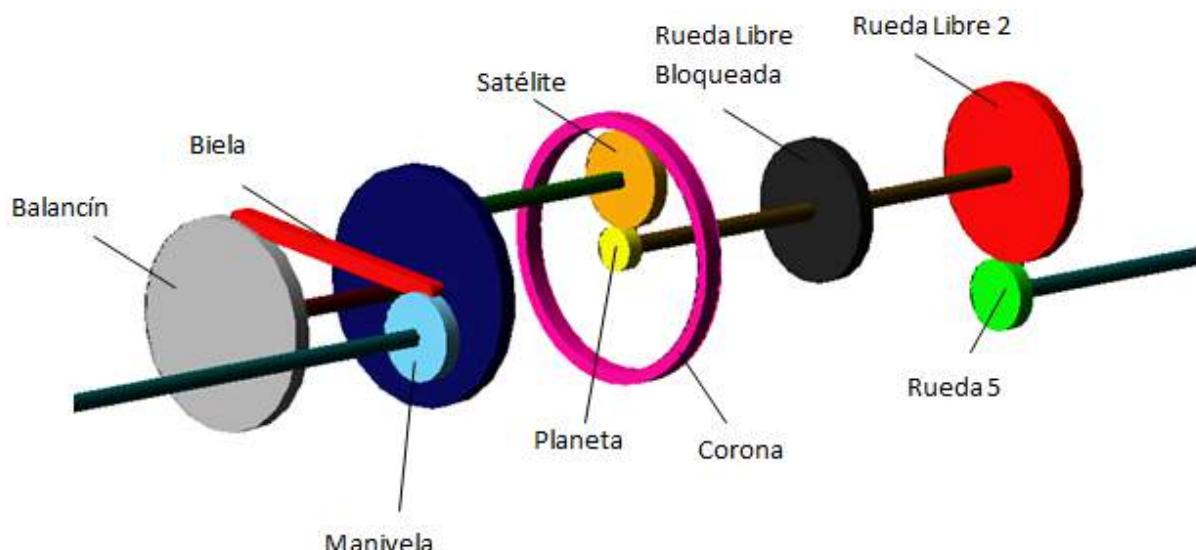
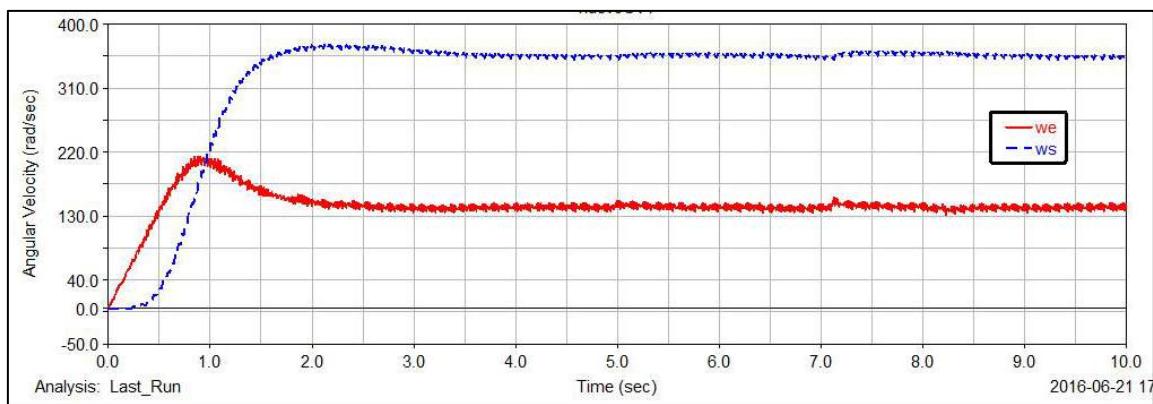


Figura 4-1: Diseño rectificador en un único sentido

Al igual que en el diseño anterior será necesario estudiar el punto de partida del diseño antes de ser optimizado. Se muestran los resultados de la simulación llevada a cabo utilizando el mismo motor que en el diseño anterior.

Como señal de entrada del sistema se ha utilizado la curva analítica del motor de 90 CV obtenida en el anexo I y la pendiente de la carretera utilizada es de 0º. Se ha introducido el par resistente, calculado en el anexo II, teniendo en cuenta los parámetros del vehículo mostrados en el anexo IV.

En la figura 4-2 se representan gráficamente las velocidades de entrada (we) al sistema CVT, proveniente del motor, y la velocidad de salida (ws) ya rectificada.

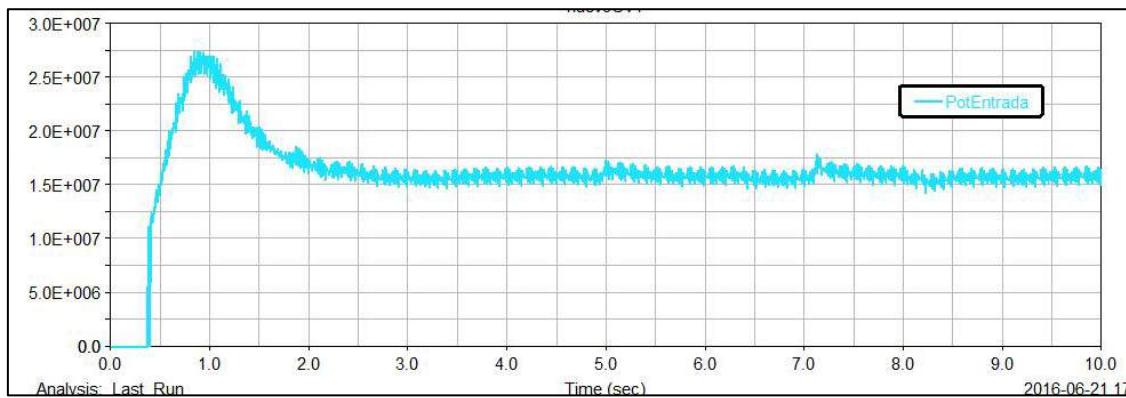


**Figura 4-2: Velocidades de entrada y salida del diseño rectificador en un único sentido**

Se observa como con este nuevo diseño se obtiene una velocidad de entrada de 138 rad/s y como velocidad de salida 102 km/h. En este caso el sistema se estabiliza en el segundo 4.

Como diferencia con el sistema anterior, este sistema comienza a moverse 0,2 segundos después, esto se debe a que inicialmente acumula en la corona la energía que no se transmite a la salida de la rueda libre bloqueada. Esta energía se acumula en forma de energía cinética ya que en este caso la corona del tren epicicloidal tiene una velocidad angular oscilante pero no centrada en cero.

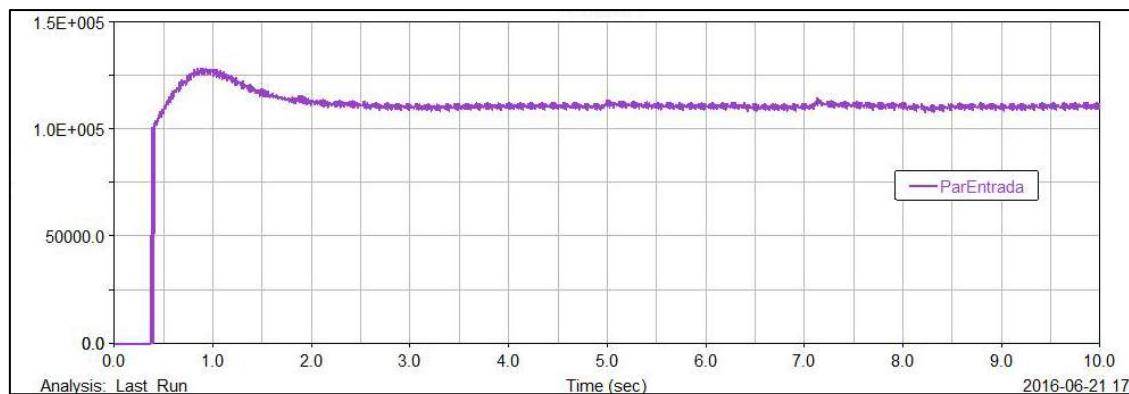
En cuanto a la **potencia de entrada**, mostrada en la figura 4-3, se puede ver la evolución temporal representada en celeste.



**Figura 4-3: Potencia de entrada del diseño rectificador en un único sentido**

En este caso el sistema se estabiliza en 16 kW, un valor mucho menor que el valor máximo que se puede obtener, 75,65 kW, por lo que a la hora de optimizar se podrá ver un aumento de potencia.

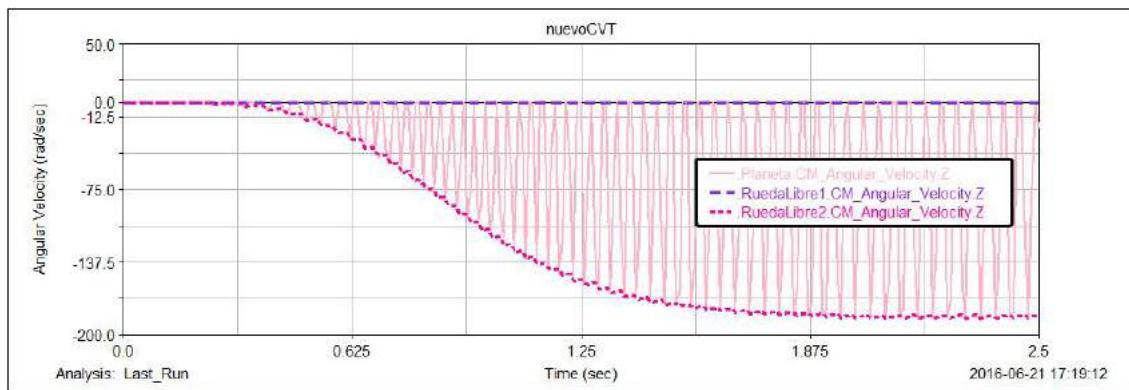
En el caso del **par de entrada**, como se muestra en la figura 4-4, se puede observar cómo evoluciona hasta estabilizarse.



**Figura 4-4: Par de entrada del nuevo diseño**

Se muestra en la figura como en este caso tampoco se obtiene el par máximo, 148 Nm, ya que se estabiliza en 112 Nm. En la gráfica se observa como empieza a representarse la curva del motor pero no llega al par máximo, lo que significa que la curva de par resistente está cortando a la curva de par antes del punto de par máximo, por lo que se podrá ver un aumento de par con la optimización.

En cuanto a las ruedas libres, en este diseño rectificador en un único sentido, al haber bloqueado un sentido del planeta, sólo seguirá una rueda libre al planeta, quedando la otra fijada en cero, como se muestra en la figura 4-5.



**Figura 4-5: Ruedas libres del diseño rectificador en un único sentido**

Se comprueba que la rueda libre 2 (de color fucsia), que es la que se ha dejado en funcionamiento, sigue perfectamente al planeta, y la rueda libre 1 (de color morado), que ha sido la bloqueada, se ha mantenido fijada por lo que no tiene movimiento.

Una vez estudiado el punto de funcionamiento se puede pasar a la optimización.

## 5.Optimización a par de entrada máximo

---

En este capítulo se van a optimizar los dos modelos descritos anteriormente en un mismo punto de funcionamiento con la finalidad de determinar cuál será el más adecuado para la caja de cambios. Para una buena optimización, primero se llevará a cabo un estudio de sensibilidad de las variables del modelo, para determinar cuáles son las variables más influyentes del sistema. Una vez seleccionadas estas variables, se optimizará el sistema.

En este apartado se van a optimizar ambos diseños de partida con la función objetivo: **par máximo de entrada**.

Se conoce por el anexo I que el par máximo ofrecido por el motor es de 148 Nm, por lo que se van a optimizar para conseguir que ambos diseños trabajen en este punto de funcionamiento. Una vez conseguido esto, se compararan ambos diseños optimizados en el mismo punto de funcionamiento y se estará en posición de sacar conclusiones sobre cuál podría ser de mayor utilidad.

En ambos casos se van a seguir los mismos pasos a la hora de optimizar:

1. Selección las variables de estudio.
2. Realización el estudio de sensibilidad de cada variable.
3. Elección de las variables que más influyan en el sistema.
4. Optimización de las variables elegidas.
5. Comprobación del diseño optimizado.

### 5.1 Optimización del diseño rectificador en ambos sentidos

#### 5.1.1 Estudio de sensibilidad

Se lleva a cabo un estudio de sensibilidad para determinar la influencia que tiene la variación de los parámetros importantes del modelo en la función objetivo, que en este caso será el par de entrada máximo. Para ello se va a simular el sistema haciendo variar estos parámetros a la vez que se cuantifican las variaciones en los parámetros observados elegidos. La herramienta de *ADAMS Desing Evaluation* proporciona el valor de sensibilidad de cada una de las variables, que cuantifica la influencia de la variable en la medida elegida.

La sensibilidad se calcula a partir de los valores que se imponen a la variable que se va a analizar. El programa evalúa, para cada uno de los valores dados, el valor de la función objetivo, y calcula la pendiente entre ellos, dándonos como sensibilidad esta derivada. Usa un

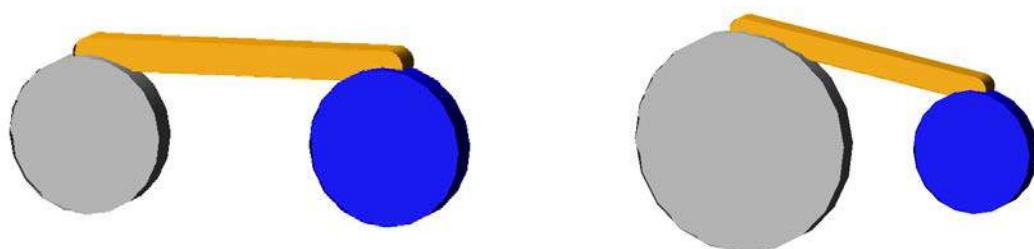
cálculo de diferencias finitas, parte de unos valores fijos y varía solo uno, viendo así el efecto de una sola variable en la función objetivo. Usando este método de coordenadas cíclicas se puede conocer en qué punto la sensibilidad es mayor, o lo que es lo mismo, en qué punto varía más el valor de la función objetivo. Si el signo de la sensibilidad es positivo, indica que la pendiente es positiva en este caso, por lo que al optimizar el valor de la variable aumentará, por el contrario, si es negativo el valor disminuirá.

Para el estudio que se va a realizar se eligen las variables del diseño que pueden afectar al funcionamiento, que en este caso son:

- Relación de entrada
- Longitud de la biela
- Espesor de la corona
- Ancho de la corona
- Relación planeta/satélite
- Relación de salida

Para el estudio de sensibilidad se imponen unos valores máximos y mínimos para estas variables, y entre estos dos valores, la herramienta *Design Evaluation* realizará varias simulaciones y obtendrá los valores tanto del par de entrada, que será la función objetivo, como de la sensibilidad del par de entrada ante variaciones de la medida estudiada.

### **Relación de entrada**



**Figura 5-1: Mecanismo de accionamiento**

La primera variable que se estudia es la relación de entrada que presenta el sistema de cuatro barras (figura 5-1), es decir, el cociente entre el radio del balancín y el radio de la manivela. Se deja fijo el radio de la manivela y se variará el radio del balancín.

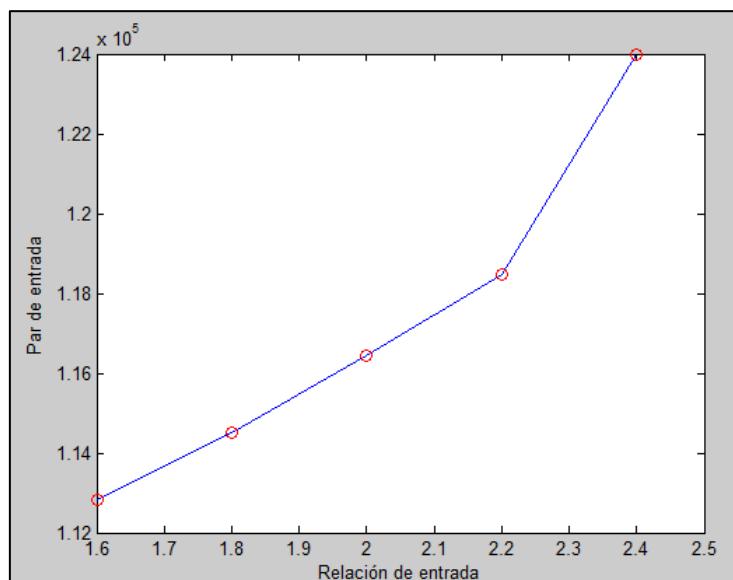
Se realizan 5 simulaciones entre los valores 1,6 y 2,4, escogiéndose estos valores de forma que sean lógicos en cuanto a dimensión de la CVT, y se estudian los valores del par de entrada que se obtiene con esos valores al igual que la sensibilidad de cada medida.

Los valores estudiados en las simulaciones se presentan en la tabla 5-1.

1,6	1,8	2	2,2	2,4
-----	-----	---	-----	-----

**Tabla 5-1: Valores simulados de la relación de entrada**

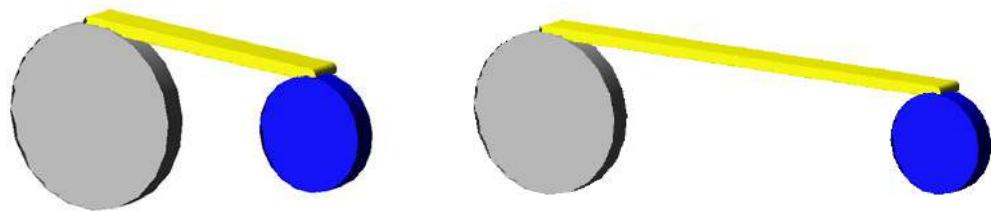
En la figura 5-2 se representa gráficamente la evolución del par de entrada en función de la variación de la relación de entrada.



**Figura 5-2: Evolución del par de entrada con la variación de la relación de entrada**

Se observa que el par de entrada sufre un incremento al aumentar la relación del mecanismo de accionamiento, esto sucede porque aumenta la velocidad de entrada ya que al aumentar el tamaño del radio del balancín disminuye el par resistente de la manivela.

### **Longitud de la biela**



**Figura 5-3: Mecanismo de accionamiento, longitud de la biela**

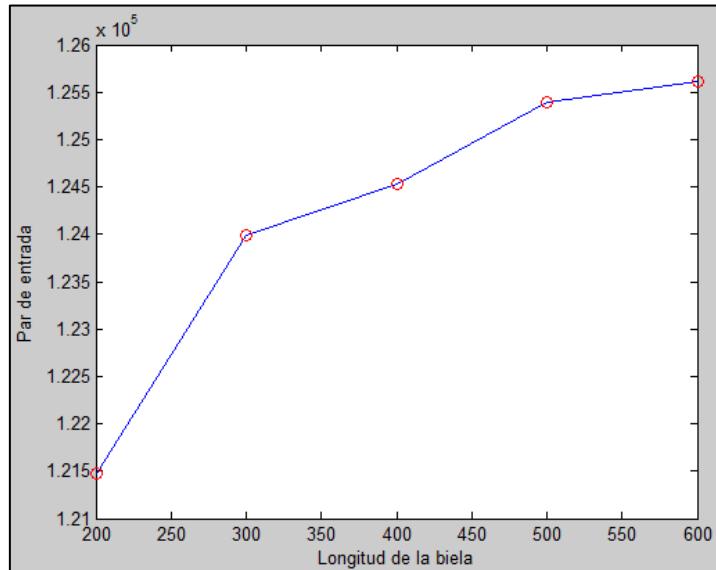
Se estudia ahora la longitud de la biela que une el sistema de accionamiento, y se varía entre 200 mm y 600 mm, siendo elegidos estos valores por dimensiones aceptables de la CVT y teniendo en cuenta que no se bloquee el mecanismo de accionamiento.

Se estudian los valores seleccionados en la tabla 5-2 (todos en milímetros).

200	300	400	500	600
-----	-----	-----	-----	-----

**Tabla 5-2: Valores simulados de la longitud de la biela**

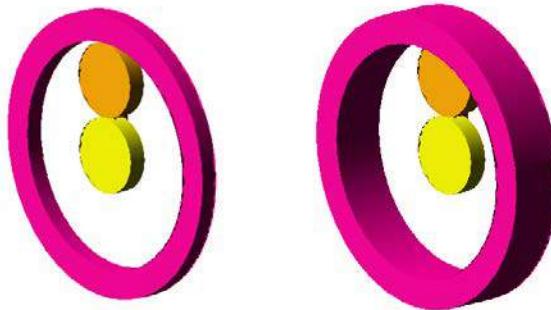
En la figura 5-4 se representa la evolución del par de entrada con relación a la evolución de la longitud de la biela.



**Figura 5-4: Evolución del par de entrada con la variación de la longitud de la biela**

Se puede ver como el par de entrada aumenta al separar el balancín y la manivela del sistema. Se aprecia un aumento mayor entre los valores más bajos de la longitud de la biela, mientras que en los valores mayores el sistema se vuelve menos sensible al cambio.

#### Espesor de la corona



**Figura 5-5: Tren epicicloidal, espesor de la corona**

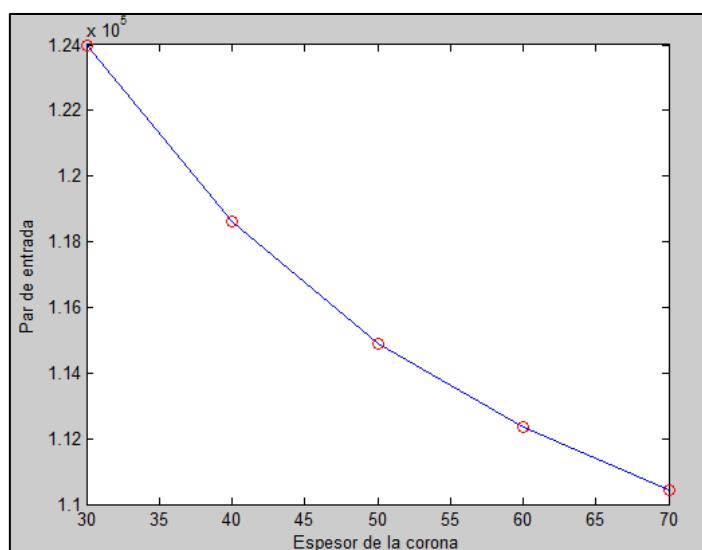
Se define como espesor de la corona a la profundidad de la corona, como se muestra en la figura 5-5.

Se variará este valor entre 30 mm y 70 mm, siendo elegidos estos por similitud a posibles valores reales en la CVT, como se muestra en la tabla 5-3.

30	40	50	60	70
----	----	----	----	----

**Tabla 5-3: Valores simulados del espesor de la corona**

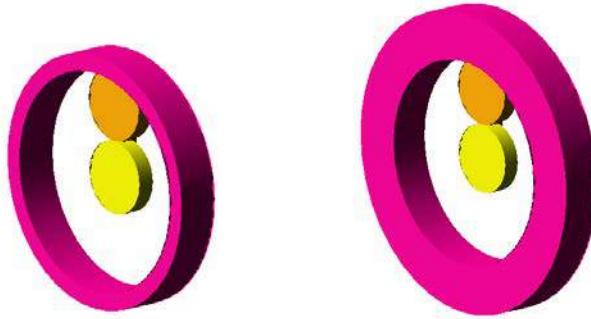
Se muestra en la figura 5-6 representada la variación del par de entrada frente al aumento de espesor de la corona.



**Figura 5-6: Evolución del par de entrada con la variación del espesor de la corona**

Se puede observar como hay una gran caída de par de entrada al aumentar el espesor de la corona. Esto es debido a que al aumentar el espesor aumenta la inercia de la corona, y el motor deberá mover la corona con mayor inercia encontrando una mayor oposición al movimiento, frenando así el sistema de accionamiento y reduciendo la velocidad a la entrada. Al disminuir la velocidad de entrada nos movemos en la curva de par hacia atrás, y al no haber alcanzado el par máximo, esto significa disminuir el par, ya que la curva de par es una parábola ascendente con el punto de par máximo de pico, como se puede observar en el anexo I.

#### Ancho de la corona



**Figura 5-7: Tren epicicloidal, ancho de la corona**

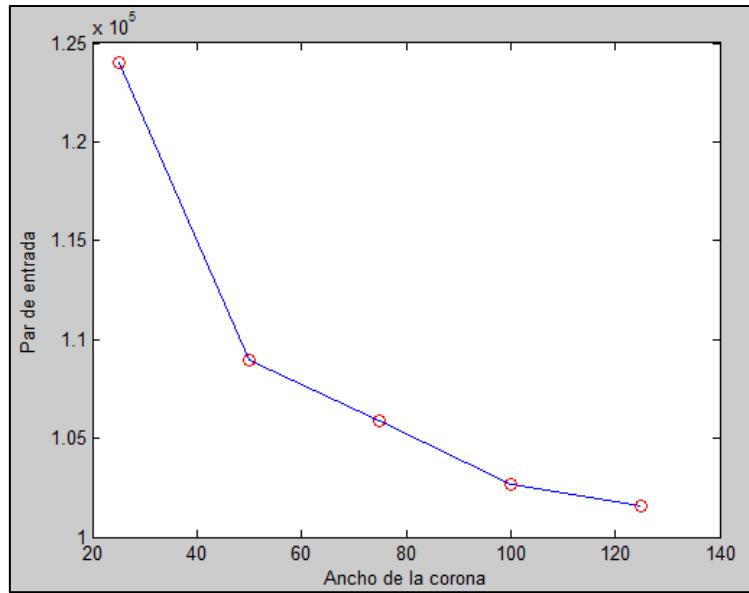
Se define como ancho de la corona a la diferencia entre radio exterior e interior de la corona, como se muestra en la figura 5-7.

Este parámetro se varía entre 25 mm y 125 mm, siendo elegidos estos valores por posibles dimensiones reales. Se muestran en la tabla 5-4 los valores seleccionados (todos en milímetros).

25	50	75	100	125
----	----	----	-----	-----

**Tabla 5-4: Valores simulados del ancho de la corona**

Se representa en la figura 5-8 la variación del par de entrada con respecto al ancho de la corona.



**Figura 5-8: Evolución del par de entrada con la variación del ancho de la corona**

Se observa que al igual que sucedía al aumentar el espesor de la corona, el par de entrada disminuye al aumentar la diferencia entre radios de la corona. Vuelve a tener la misma relación que en el caso anterior, al aumentar el ancho de la corona aumenta la inercia y esto repercute en el motor necesitando ejercer par extra para mover la corona.

El hecho de que ambas variables, espesor de corona y ancho de corona, varíen de forma similar no es casualidad. La corona es el elemento que actúa como elemento inercial del tren epicicloidal y la inercia de la corona está relacionada con estos parámetros.

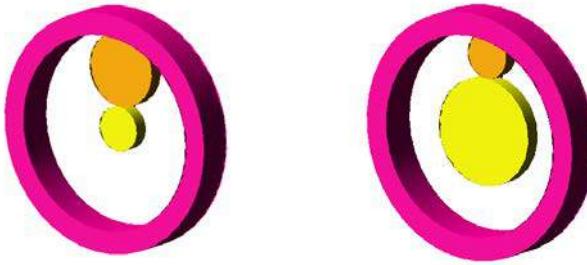
$$I_c = \frac{1}{2} \rho_c \pi e_c (r_{ext}^4 - r_{int}^4)$$

Siendo:

- $\rho_c$  la densidad
- $e_c$  el ancho de nuestra corona
- $r_{ext}$  y  $r_{int}$  radio exterior e interior de la corona

La inercia depende linealmente del espesor de la corona y es proporcional al radio exterior de la corona elevado a la cuarta. Es de esperar que al aumentar cualquiera de los dos parámetros, aumente la inercia de la corona y esto a su vez frenará la entrada del sistema.

### Relación planeta-satélite



**Figura 5-9: Tren epicicloidal, relación entre planeta satélite**

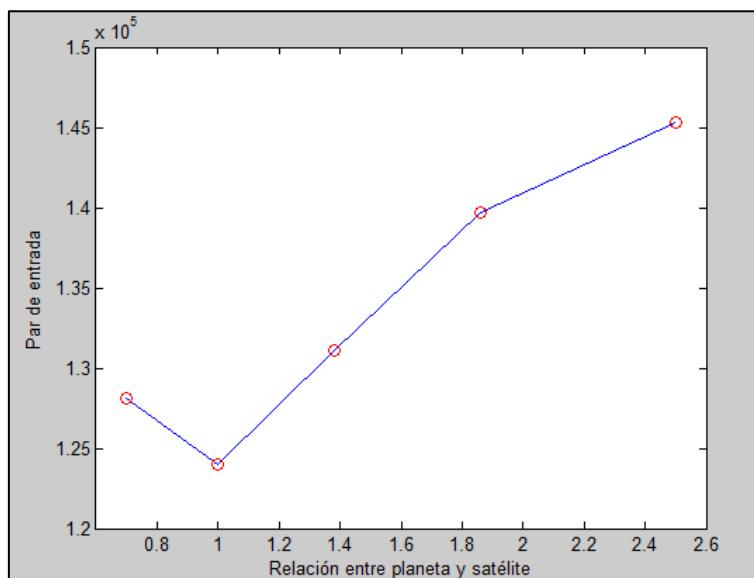
En este caso se varía el tamaño del planeta, modificando así la relación entre el planeta y el satélite (figura 5-9). Este cambio se realiza manteniendo constante el radio de la corona interior, ya que si variara influiría también este parámetro en la simulación, y no se obtendría la influencia de la variación de la relación del planeta y el satélite, que es la finalidad del estudio.

Se imponen unos valores máximos y mínimos al radio del planeta, teniendo en cuenta unas medidas realistas donde no de problemas de engranaje, y en consecuencia, la simulación se realiza con los valores de relación entre planeta y satélite mostrados en la tabla 5-5.

0,7	1	1,4	1,86	2,51
-----	---	-----	------	------

**Tabla 5-5: Valores simulados de la relación planeta satélite**

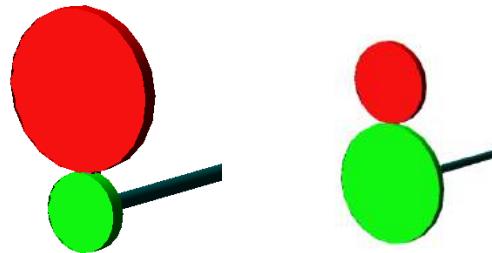
Se muestra en la figura 5-10 la representación de la variación del par de entrada con la variación de la relación planeta satélite.



**Figura 5-10: Evolución del par de entrada con la variación de la relación entre planeta y satélite**

Se puede observar como el par aumenta una vez pasada la relación 1:1 entre planeta y satélite, esto es debido a que al aumentar el radio del planeta se incrementa la relación reductora de velocidad entre el planeta y el satélite. El par transmitido se verá multiplicado en la misma relación que se reduce la velocidad. Disminuye el par resistente, la corona y la entrada reciben menos par.

#### Relación de salida



**Figura 5-11: Engranaje de salida**

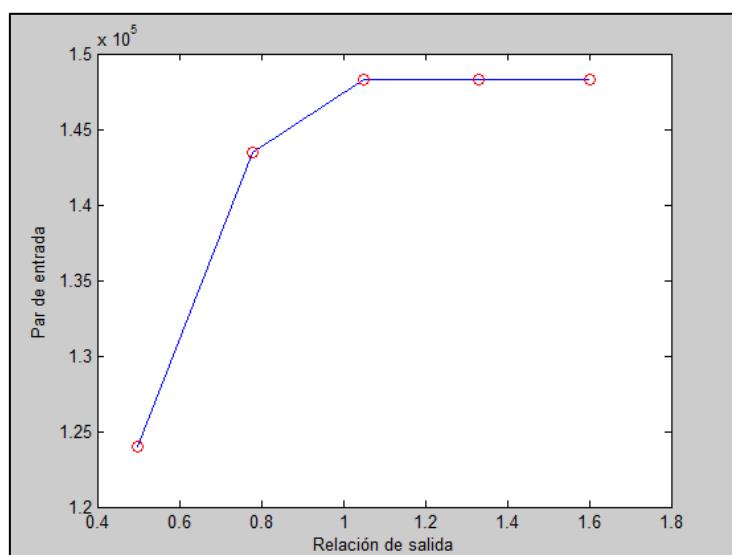
Por último se varía la relación entre los engranajes de salida (figura 5-11), elegidos los valores para representar tanto reducciones como multiplicaciones dentro de un rango aceptable en cuanto a funcionamiento de la CVT.

En la tabla 5-6 se muestran los valores simulados entre el máximo y mínimo impuesto.

0,5	0,78	1,05	1,33	1,6
-----	------	------	------	-----

**Tabla 5-6: Valores simulados de la relación de salida**

Se representa en la figura 5-12 la variación del par de entrada frente a los cambios de la relación de salida que se ha impuesto.



**Figura 5-12: Evolución del par de entrada con la variación de la relación de salida**

A priori se podría pensar que una reducción del radio de la rueda de salida, traducida en un aumento de velocidad a la salida, podría ser favorable para el sistema. Sin embargo a la hora de estudiar el par de entrada, se ve un claro aumento del par usando una relación de velocidades reductoras. Esto se debe a que al reducir la velocidad de salida, el planeta recibe menos par resistente, y se favorece así que todo el par se vaya directo a la salida, sin volver por la inercia de la corona hacia la entrada. Al no verse frenada la entrada, puede llegar el par a valores más elevados.

### 5.1.2 Elección de variables

Tras haber finalizado el estudio de sensibilidad con cada una de las variables, se va a elegir cuales de ellas serán optimizadas y cuáles serán asignadas con un valor fijo. Esto se hace en función a la sensibilidad. De cada variable se ha elegido el valor con mayor sensibilidad de todos, y entre todas las variables se escogerá cuales son más influyentes, y por tanto serán las que se optimicen con el fin de conseguir el punto de funcionamiento de par máximo.

Elemento	Valor	Sensibilidad
Relación de entrada	2,4	552.55
Longitud de al biela	200	25.064
Ancho de la corona	25	-601.68
Espesor de la corona	30	-536.91
Relación planeta satélite	1,4	785.22
Relación de salida	0,5	885.99

**Tabla 5-7: Sensibilidad de las variables estudiadas**

Se puede ver en la tabla 5-7 que hay tres variables que tiene una sensibilidad superior al resto, por lo que las variables a optimizar son:

- Relación de salida
- Relación planeta/satélite
- Ancho de la corona

El resto de las variables serán fijadas con el valor que proporcione el mayor valor de par, obteniéndolo del estudio hecho anteriormente.

- o Longitud de la biela = 600 mm
- o Espesor de la corona = 30 mm
- o Relación de entrada = 2,4

### 5.1.3 Optimización

Se pasa a optimizar la CVT a través de las variables seleccionadas. Se utiliza la herramienta *Optimization* del programa *ADAMS*. Esta herramienta se emplea para afinar los valores de las tres variables seleccionadas en el apartado anterior, realizando simulaciones en la que dichas variables toman distintos valores. El programa dispone de distintos algoritmos para realizar el proceso de optimización. En este caso el algoritmo empleado es el Gradiente Reducido Generalizado (GRG). Se trata de un método convergente que varía los valores de los parámetros de manera que la función objetivo mejore. Para determinar cuál es el camino con mayor potencial de mejora, el algoritmo calcula la primera derivada de la función objetivo respecto a las variables. Este proceso se repite hasta que se alcanza un punto en el cual la posibilidad de mejora en todas las direcciones es pequeña, y la optimización finaliza.

Se usan para empezar los valores que ofrecían el mayor par de cada variable (tabla 5-8).

Ancho de la corona	Rel. Planeta/Satélite	Rel. Salida
25	2,4	0,5

**Tabla 5-8: Valores de partida de la optimización**

Una vez introducidos estos parámetros, el programa realizará una serie de iteraciones variando los valores de los parámetros de manera que la función objetivo mejore hasta que se alcanza un punto en el cual la posibilidad de mejora en todas las direcciones sea pequeña, y por lo tanto la optimización habrá finalizado.

En la tabla 5-9 se muestran las iteraciones realizadas por el programa y los valores asignados a cada variable, a su vez que el valor de la función objetivo, en este caso el par de entrada.

Iteración	Objetivo	Ancho corona	Radio planeta	Radio salida
0	1.4366e+005	25	54.904	50
1	1.4778e+005	25.139	53.898	59.369
2	1.4794e+005	25.071	54.027	59.316
3	1.4809e+005	25.306	54.513	60

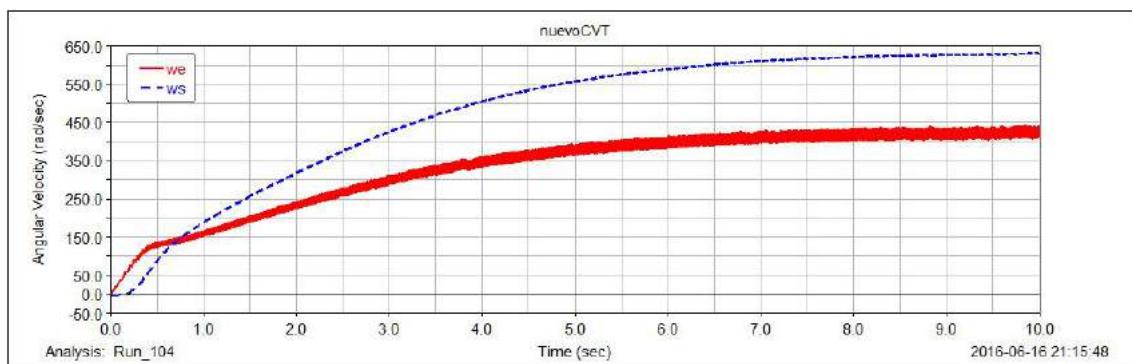
**Tabla 5-9: Iteraciones de la optimización del diseño rectificador en ambos sentidos**

El algoritmo converge en un máximo igual al máximo que se puede obtener con la curva analítica que se ha utilizado para el motor, 148 Nm, como se veía en las características del motor. En este caso el programa calcula el par en Nmm ya que son las unidades utilizadas.

### 5.1.4 Resultados

A continuación se procede a analizar los resultados obtenidos por las simulaciones precedentes una vez optimizado el diseño rectificador en ambos sentidos.

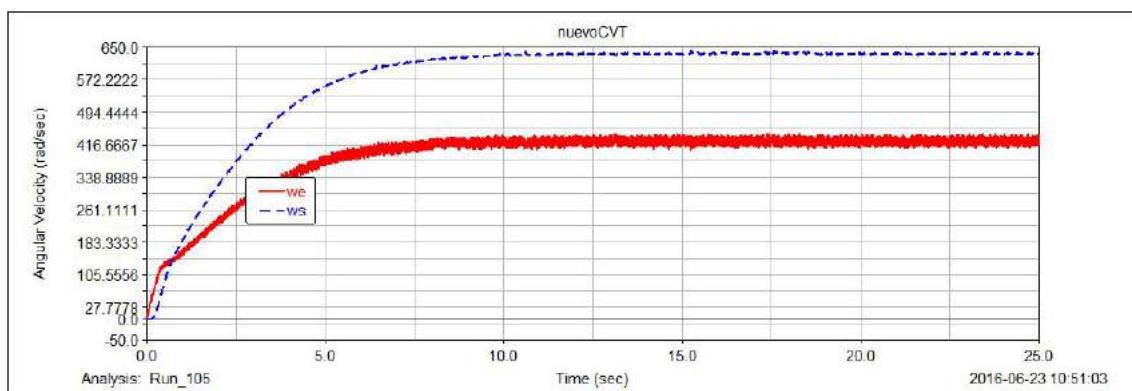
En la figura 5-13 se representan gráficamente las velocidades de entrada (we) al sistema CVT y la velocidad de salida (ws) ya rectificada del sistema una vez optimizado.



**Figura 5-13: Vel. entrada y salida del diseño rectificador en ambos sentidos optimizado**

La velocidad de entrada obtenida es de 435 rad/s y la velocidad de salida es de 183 km/h. Son velocidades bastante adecuadas, y en comparación con los resultados anteriores a la optimización se han visto mejoradas ambas velocidades.

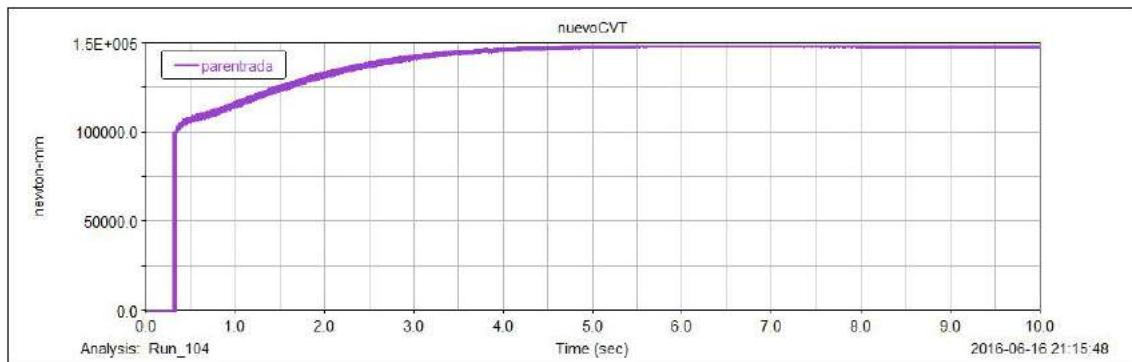
Se puede observar como no se encuentra completamente estabilizada la señal de salida. Se simula durante 25 segundos (figura 5-14) con la finalidad de ver en qué punto se estabiliza por completo.



**Figura 5-14: Estabilización del diseño rectificador en ambos sentidos optimizado**

Se comprueba como en el segundo 10 está estabilizada la señal de salida, por lo que se puede usar este dato a la hora de la comparación de ambos sistemas.

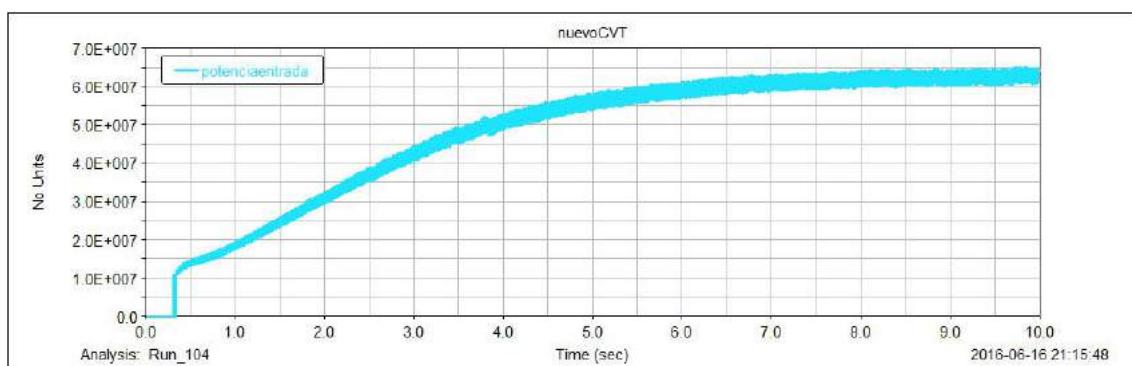
En cuanto al **par de entrada**, que era el objetivo a optimizar, se debe comprobar que se estabiliza en el valor deseado, por lo que se representa en la figura 5-15.



**Figura 5-15: Par de entrada del diseño rectificador en ambos sentidos optimizado**

Se observa en la figura como en 5 segundos el par de entrada se estabiliza en su valor máximo, por lo que el diseño trabaja en el punto de funcionamiento requerido y sin ningún tipo de rizado. Se puede afirmar que se ha conseguido la optimización deseada en cuanto a par máximo con el diseño rectificador en ambos sentidos.

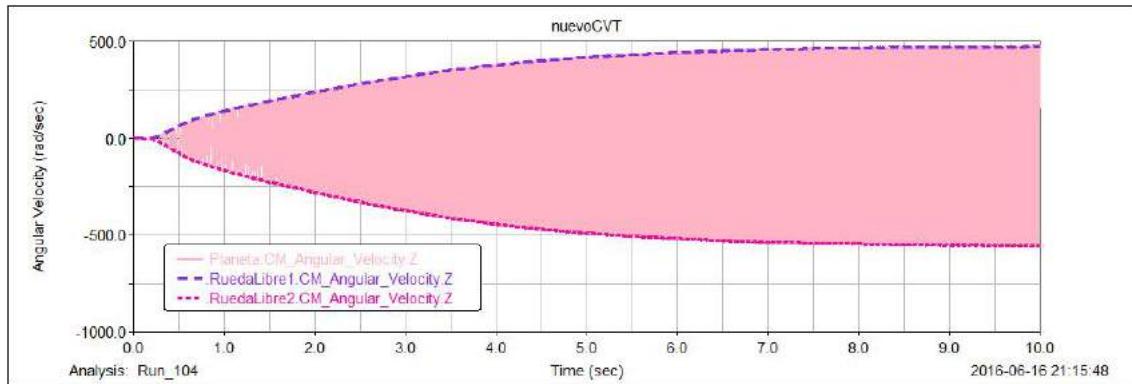
En el caso de la **potencia de entrada**, se representa su evolución frente al tiempo en la figura 5-16 de color celeste, quedando estabilizada.



**Figura 5-16: Potencia de entrada del diseño rectificador en ambos sentidos optimizado**

Se observa como la potencia de entrada ha mejorado consiguiendo un valor de potencia de entrada bastante alto, 64,1 kW. Este valor es el que corresponde en la curva de potencia al punto de velocidad de máximo par de entrada, por lo que el funcionamiento del diseño tras la optimización es correcto.

Se debe comprobar que las **ruedas libres** están trabajando con normalidad, por lo que se representan ambas ruedas libres junto al planeta en la figura 5-17:



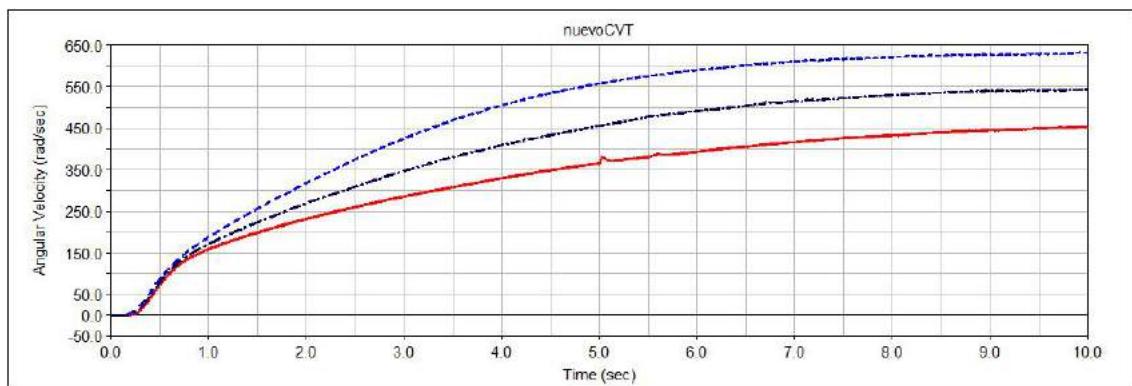
**Figura 5-17: Ruedas libres del diseño rectificador en ambos sentidos optimizado**

Se puede ver la rueda libre 1, de color morado, y la rueda libre 3, en color rosa fucsia.

Como se muestra, ambas ruedas libres trabajan correctamente ya que siguen al planeta en todo momento y se puede observar cómo se cumple la condición de rectificador simétrico deseada, ya que ambas se mueven a 500 rad/s pero en sentido contrario, por lo que el sistema está funcionando correctamente.

Por último, es de interés estudiar cómo afecta la **pendiente de la carretera** en el sistema, ya que al ser un turismo se deberá enfrentar a pendientes del 7% y del 12%, que equivalen a 4º y 7º de pendiente.

Se representa gráficamente en la figura 5-18 la velocidad de salida de la CVT en los casos siguientes: en primer lugar, de color azul claro, se representa la velocidad de salida obtenida una vez realizada la optimización con un valor de pendiente de 0º; en segundo lugar, de color azul marino se representa la evolución de la velocidad de salida obtenida con una pendiente de 4º; y por último se representa de color rojo en línea continua la evolución de la velocidad de salida frente a una pendiente de 7º.



**Figura 5-18: Variación de la velocidad con la pendiente del diseño rectificador en ambos sentidos optimizado**

Se observa como al aumentar la pendiente la velocidad de salida disminuye, consiguiendo en la pendiente de 7% una velocidad de salida de 147 km/h y en el caso de pendiente de 12%, una velocidad de salida de 121 km/h. Aunque disminuya la velocidad de salida frente a la pendiente, los valores obtenidos siguen siendo adecuados para un turismo.

## 5.2 Optimización del diseño rectificador en un único sentido

Se optimiza en este apartado el diseño rectificador en un único sentido, teniendo este también como función objetivo el **par de entrada máximo**, ya que la finalidad es comparar ambos diseños en el mismo punto de funcionamiento.

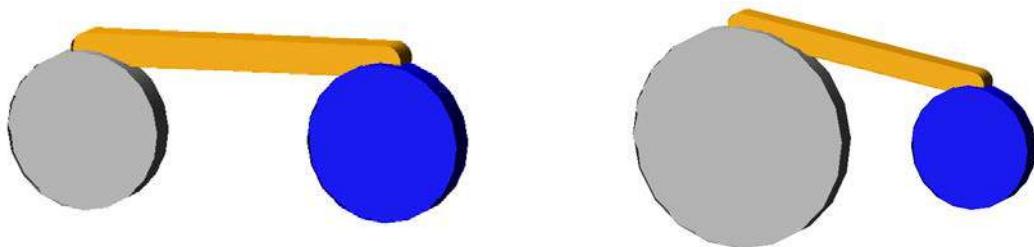
### 5.2.1 Estudio de sensibilidad

Para el estudio que se va a realizar se eligen las variables del diseño que pueden afectar al funcionamiento, que en este caso son:

- Relación de entrada
- Longitud de la biela
- Espesor de la corona
- Ancho de la corona
- Relación planeta/satélite
- Relación de salida

Para el estudio de sensibilidad se imponen unos valores máximos y mínimos para estas variables, y entre estos dos valores, la herramienta *Desing Evaluation* realizará varias simulaciones y obtendrá los valores tanto del par de entrada como de la sensibilidad del par de entrada ante variaciones de la medida estudiada

### **Relación de entrada**



**Figura 5-19: Mecanismo de accionamiento**

Al igual que en la optimización del diseño rectificador en ambos sentidos, se comienza el estudio de sensibilidad por la variable de la relación de entrada.

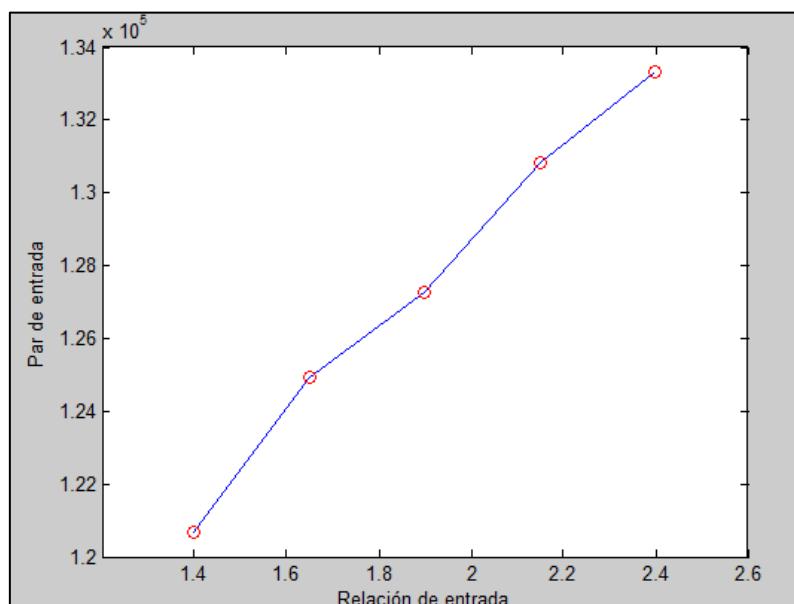
Se realizan 5 simulaciones entre los valores 1,4 y 2,4, escogiéndose los valores por la posibilidad de usar dimensiones reales, y se estudian los valores del par de entrada que se obtienen y la sensibilidad de cada medida.

Se presentan en la tabla 5-10 los valores utilizados para cada simulación.

1,4	1,65	1,9	2,15	2,4
-----	------	-----	------	-----

**Tabla 5-10: Valores simulados de la relación de entrada**

En la figura 5-20 se representa gráficamente la evolución del par de entrada en función de la variación de la relación de entrada.

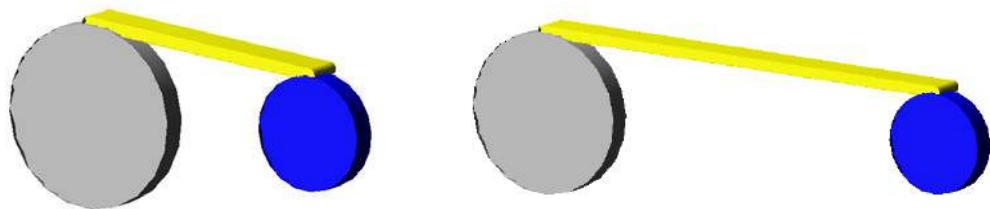


**Figura 5-20: Evolución del par de entrada con la variación de la relación de entrada**

Se puede ver que el par de entrada sufre un incremento al aumentar la relación de entrada del mecanismo de accionamiento, esto sucede por el mismo motivo comentado en el diseño anterior, al aumentar el tamaño del radio del balancín disminuye el par resistente de la manivela, y por ello aumenta la velocidad de entrada.

También significa que no ha sobrepasado el punto de par máximo, ya que si habría visto un decremento del par.

#### Longitud de la biela



**Figura 5-21: Mecanismo de accionamiento, longitud de la biela**

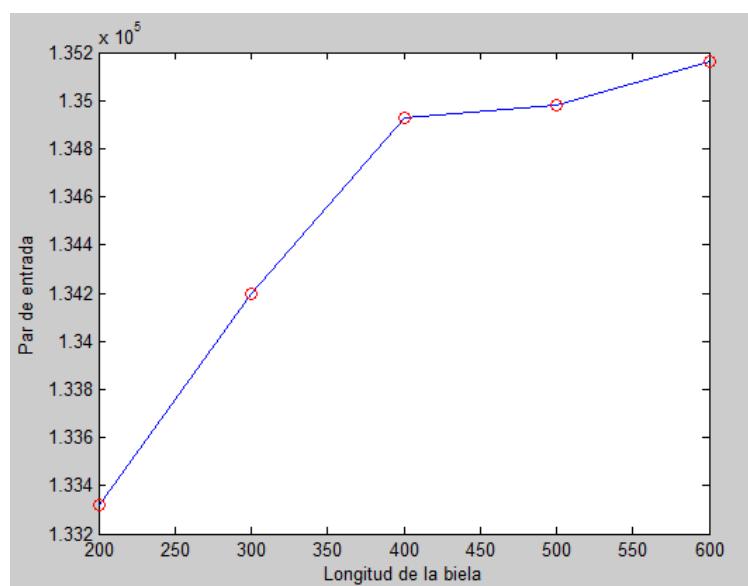
Se estudia ahora la longitud de la biela (figura 5-21) que une el sistema de accionamiento, y se varía entre 200 mm y 600 mm, siendo elegidos estos valores por dimensiones aceptables de la CVT y teniendo en cuenta que no se bloquee el mecanismo de accionamiento.

Se utilizan los siguientes valores (todos en milímetros) mostrados en la tabla 5-11.

200	300	400	500	600
-----	-----	-----	-----	-----

**Tabla 5-11: Valores simulados de la longitud de la biela**

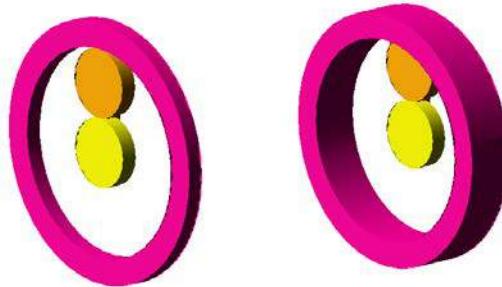
En la figura 5-22 se representa la evolución del par de entrada con relación a la evolución de la longitud de la biela.



**Figura 5-22: Evolución del par de entrada con la variación de la longitud de la biela**

Se observa como el par de entrada aumenta al separar el balancín y la manivela del sistema. Se aprecia un aumento mayor entre los valores más bajos de la longitud de la biela, mientras que en los valores mayores el sistema se vuelve menos sensible al cambio.

#### Espesor de la corona



**Figura 5-23: Tren epicicloidal, espesor de la corona**

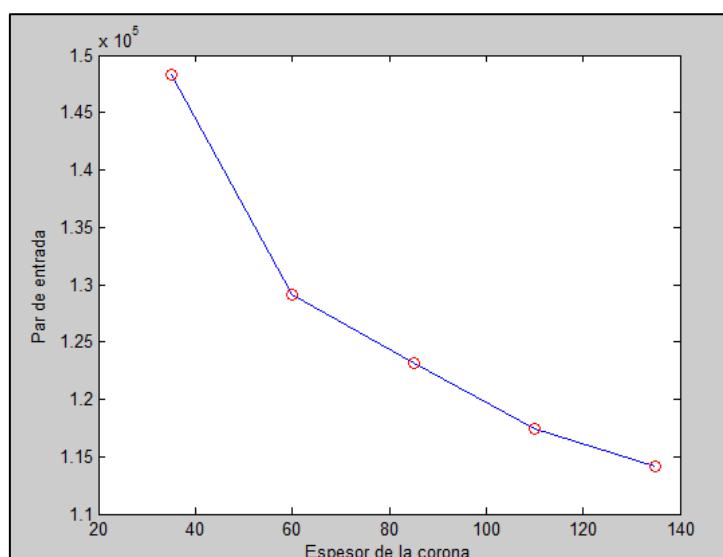
Se define, al igual que en el caso del diseño anterior, el espesor de la corona como la profundidad de la corona, como se muestra en la figura 5-23.

Se varía este valor entre 35 mm y 135 mm, siendo elegidos estos por similitud a posibles valores reales en la CVT, como se muestra en la tabla 5-12.

35	60	85	110	135
----	----	----	-----	-----

**Tabla 5-12: Valores simulados del espesor de la corona**

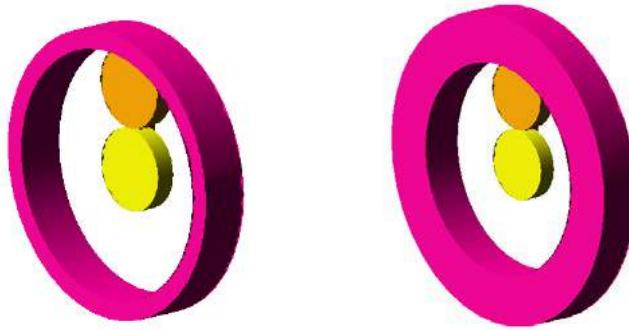
En la figura 5-24 se representa la variación del par de entrada frente al aumento de espesor de la corona.



**Figura 5-24: Evolución del par de entrada con la variación del espesor de la corona**

Se representa el mismo comportamiento que en el diseño anterior. El par de entrada sufre una caída importante al aumentar el espesor de la corona ya que aumenta la inercia de la corona, y esto provoca que el motor tenga que ejercer más par para mover la corona y se encuentre frenado.

#### Ancho de la corona



**Figura 5-25: Tren epicicloidal, ancho de la corona**

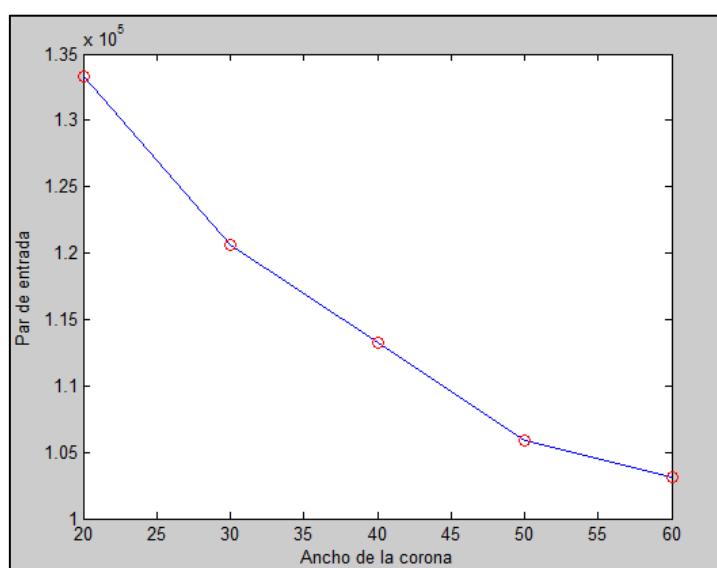
Se define al igual que en el caso anterior como ancho de la corona a la diferencia entre radio exterior e interior de la corona, como se muestra en la figura 5-25.

Este parámetro se varía entre 20 mm y 60 mm, siendo elegidos estos valores por posibles dimensiones reales. Se muestran en la tabla 5-13 los valores seleccionados.

20	30	40	50	60
----	----	----	----	----

**Tabla 5-13: Valores simulados del ancho de la corona**

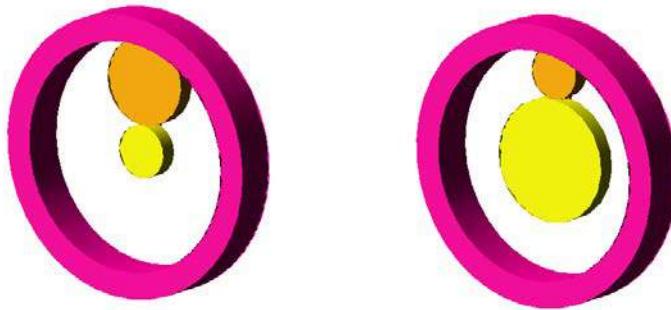
Se representa en la figura 5-26 la variación del par de entrada con respecto a la variación del ancho de la corona.



**Figura 5-26: Evolución del par de entrada con la variación del ancho de la corona**

En este caso vuelve a suceder igual que en el diseño rectificador bisentido, al aumentar la masa aumenta la inercia de la corona y esto provoca que se necesite mayor par para el movimiento de ésta. Existe la misma relación entre espesor y ancho de corona que en el diseño anterior.

#### Relación planeta-satélite



**Figura 5-27: Tren epicicloidal, relación entre planeta satélite**

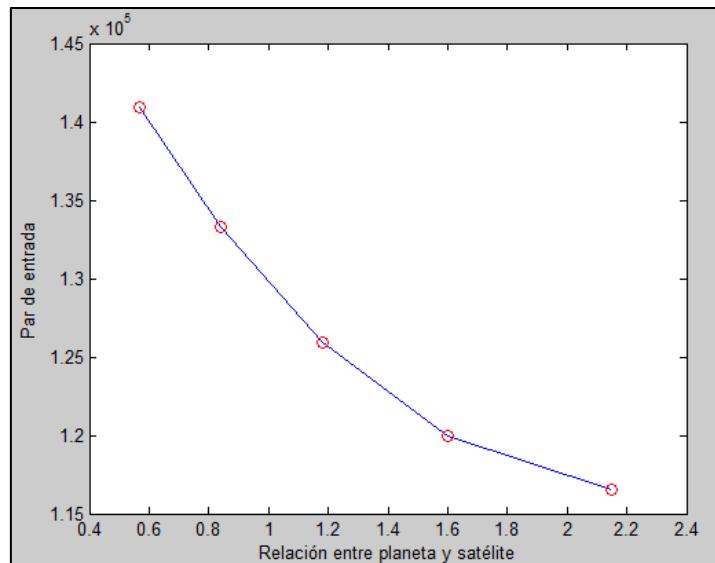
En este caso se va a variar el tamaño del planeta, variando así la relación entre el planeta y el satélite (figura 5-27). Igual que en el caso anterior será necesario mantener constante el radio de la corona interior, ya que si variara influiría también este parámetro en la simulación, y no se obtendría la influencia de la variación de la relación del planeta y el satélite.

Se imponen unos valores máximos y mínimos al radio del planeta, teniendo en cuenta unas medidas realistas donde no de problemas de engranaje, y en consecuencia, la simulación se realiza con los valores de relación entre planeta y satélite mostrados en la tabla 5-14.

0,57	0,84	1,18	1,6	2,15
------	------	------	-----	------

**Tabla 5-14: Valores simulados de la relación planeta satélite**

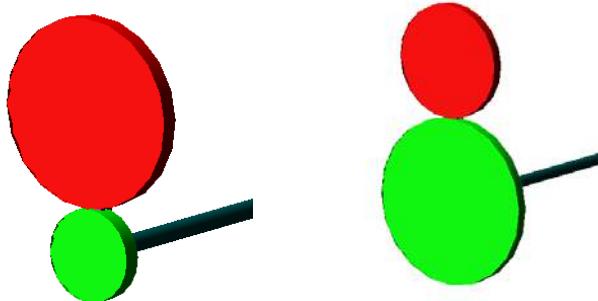
Se muestra en la figura 5-28 la representación de la variación del par de entrada con la variación de relación planeta satélite.



**Figura 5-28: Evolución del par de entrada con la variación de la relación entre planeta y satélite**

En este caso se puede ver como el par de entrada disminuye al aumentar el radio del planeta, por lo que será útil mantener el radio del planeta lo más pequeño posible. El punto de funcionamiento del sistema se encuentra en la rama descendente de la curva de par, y al aumentar el radio del planeta el par resistente que sufre el sistema disminuye, moviéndose por ello hacia la derecha en la curva de par, y siendo la parte de la curva descendente esto implica una disminución de par.

#### Relación de salida



**Figura 5-29: Engranaje de salida**

Se varía en último caso la relación entre los engranajes de salida (figura 5-29), elegidos los valores para representar tanto reducciones como multiplicaciones dentro de un rango aceptable en cuanto a funcionamiento de la CVT.

En la tabla 5-15 se muestran los valores simulados de relación de salida.

0,4	0,55	0,7	0,85	1
-----	------	-----	------	---

**Tabla 5-15: Valores simulados de la relación de salida**

Se representa en la figura 5-30 la variación del par de entrada frente a los cambios de la relación de salida.

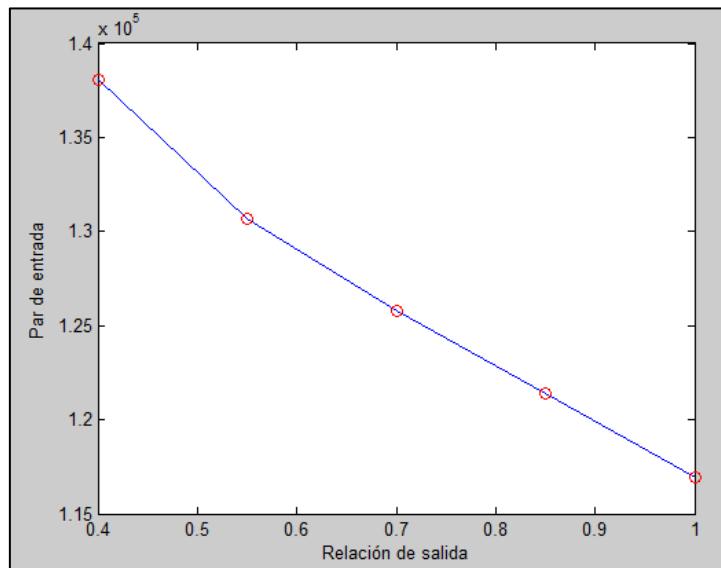


Figura 5-30: Evolución del par de entrada con la variación de la relación de salida

En este caso se vuelve a ver como disminuye el par de entrada, esto sucede porque al aumentar el radio de la rueda de salida el par resistente que sufre el sistema disminuye, y al estar de nuevo en la parte de la curva de par descendente, disminuye el par de entrada.

### 5.2.2 Elección de las variables

Tras haber finalizado el estudio del comportamiento del par de entrada con respecto a cada una de las variables, se eligen cuáles de ellas serán optimizadas y cuáles serán asignadas con un valor fijo, según el valor de su sensibilidad (tabla 5-16).

Elemento	Valor	Sensibilidad
Relación de entrada	1,4	339.78
Longitud de al biela	200	8.8019
Ancho de la corona	20	-1271.4
Espesor de la corona	35	-766.26
Relación planeta satélite	0,88	-752.99
Relación de salida	0,4	-491.52

Tabla 5-16: Sensibilidad de las variables estudiadas

Se puede ver en la tabla 5-16 que hay tres variables que tiene una sensibilidad muy superior al resto, por lo que las variables a optimizar son:

- Espesor de la corona
- Ancho de la corona
- Relación planeta satélite

El resto de las variables serán fijadas con el valor que proporcione el par máximo, obteniéndolo del estudio hecho anteriormente.

- Longitud de la biela= 300 mm
- Relación de entrada= 2,4
- Relación de salida= 0,4

### 5.2.3 Optimización

Se procede a optimizar la CVT a través de las variables seleccionadas. Se utiliza la herramienta *Optimization* del programa ADAMS.

Se fijan los valores de partida mostrados en la tabla 5-17 y el programa buscará los máximos locales.

Espesor de la corona	Ancho de la corona	Radio del planeta
23	15	25

**Tabla 5-17: Valores de partida de la optimización**

Una vez introducidos estos parámetros, el programa realizará una serie de iteraciones variando los valores de los parámetros de manera que la función objetivo mejore hasta que se alcanza un punto en el cual la posibilidad de mejora en todas las direcciones es pequeña, y por lo tanto la optimización habrá finalizado.

En la tabla 5-18 se muestran las iteraciones realizadas por el programa y los valores asignados a cada variable, a su vez que el valor de la función objetivo, en este caso el par de entrada.

Iteración	Objetivo	Espesor corona	Ancho corona	Radio planeta
0	1.4827e+005	23	15	25
1	1.4828e+005	24.108	15.365	25.401
2	1.4828e+005	23.739	15.244	25.290

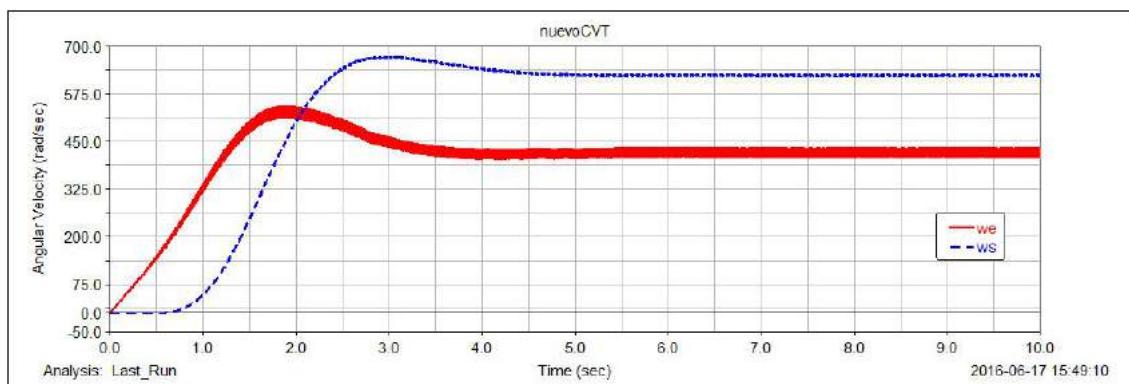
**Tabla 5-18: Iteraciones realizadas**

Las dos últimas iteraciones son iguales por lo que el diseño se encuentra ya optimizado. En este caso también se ha conseguido llegar al par máximo, por lo que se pueden estudiar los resultados.

### 5.2.4 Resultados

A continuación se procede a analizar los resultados obtenidos por las simulaciones precedentes.

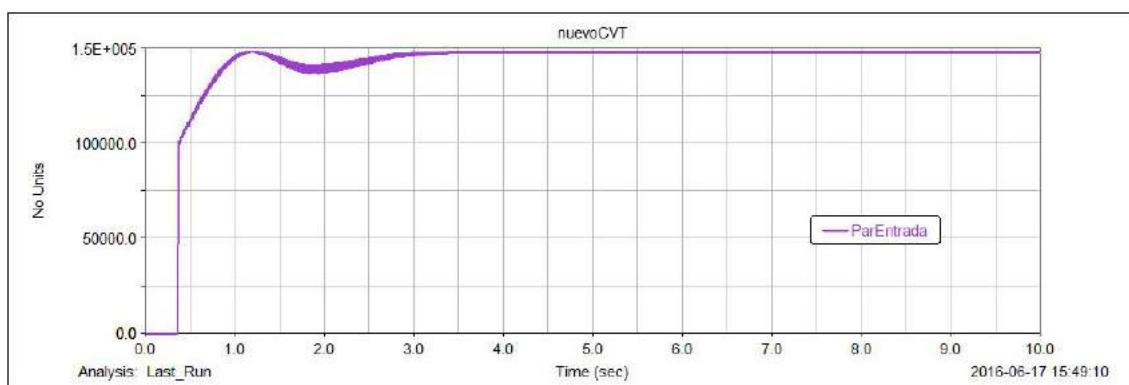
En la figura 5-31 se representan gráficamente las velocidades de entrada (we) al sistema CVT y la velocidad de salida (ws) ya rectificada del sistema rectificador en ambos sentidos optimizado.



**Figura 5-31: Vel. entrada y salida del diseño rectificador en un único sentido optimizado**

En este caso la velocidad de entrada obtenida es de 435 rad/s y como velocidad de salida 180 km/h, y la señal de salida se estabiliza a partir del segundo 4. Se han visto aumentadas ambas velocidades en comparación con los resultados anteriores a la optimización.

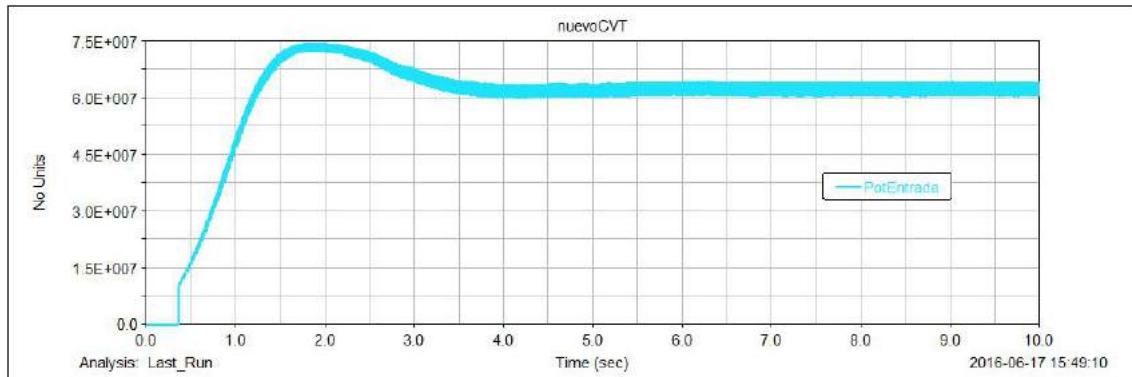
En cuanto al **par de entrada**, que era el objetivo de la optimización, se debe comprobar que se estabiliza en el valor deseado, por lo que se representa en la figura 5-32.



**Figura 5-32: Par de entrada del diseño rectificador en un único sentido optimizado**

Se observa como el sistema se estabiliza en el punto de funcionamiento de par máximo, 148 Nm, desde el segundo 4, por lo que con la optimización se ha conseguido trabajar en el punto que se desea con el diseño rectificador en un único sentido.

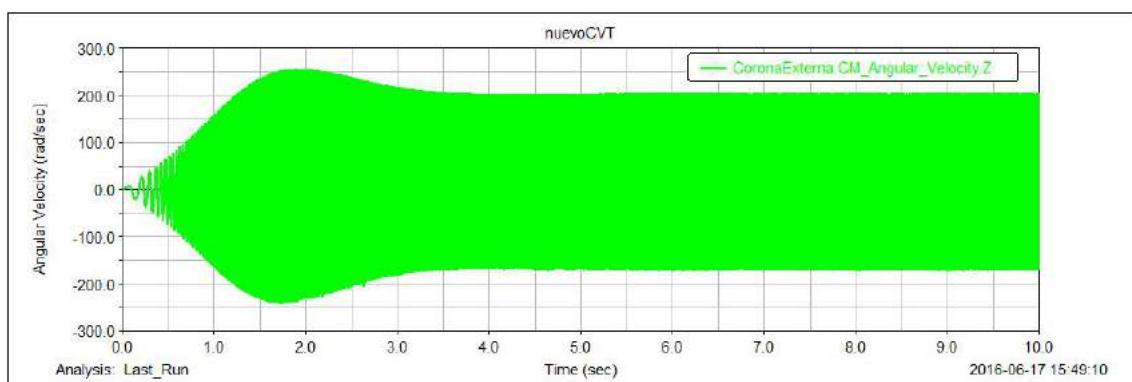
En el caso de la **potencia de entrada**, se representa su evolución frente al tiempo en la figura 5-33, quedando estabilizada.



**Figura 5-33: Potencia de entrada del diseño rectificador en un único sentido optimizado**

Como era de esperar, se obtiene la misma potencia que en el diseño rectificador en ambos sentidos, ya que al optimizarse ambos diseños en el mismo punto, par máximo, tienen que estar trabajando en el mismo punto también de potencia, en este caso 64,1 kW.

Se puede ver como este diseño empieza a moverse más tarde que el diseño anterior, esto sucede porque acumula la potencia en la corona. Se comprueba que en este caso la corona se estabiliza con un valor de velocidad angular oscilante y no centrada en cero, como se muestra en la figura 5-34.



**Figura 5-34: Velocidad de la corona en el diseño rectificador en un único sentido optimizado**

Por último es necesario comprobar si las **ruedas libres** están trabajando correctamente, por lo que se representa la velocidad de ambas ruedas libres y del planeta en la figura 5-35. Se grafica la rueda libre 1 en morado, que es la rueda libre bloqueada, la rueda libre 2 en fucsia, y el planeta en rosa claro.

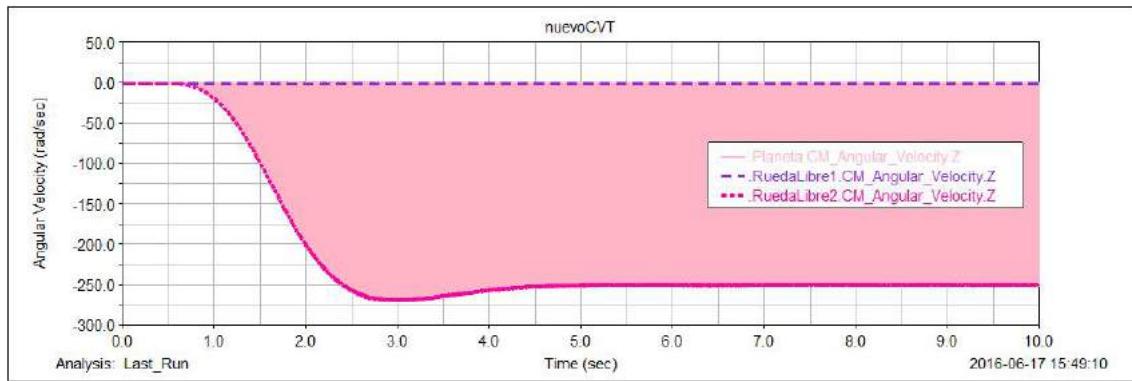


Figura 5-35: Ruedas libres del diseño rectificador en un único sentido optimizado

Se comprueba como la rueda libre que sigue funcionando está siguiendo perfectamente al planeta, y la bloqueada está fijada en cero, por lo que el sistema está funcionando correctamente.

Por último, es de interés estudiar cómo afecta la **pendiente** de la carretera en el sistema, ya que al ser un turismo se deberá enfrentar a pendientes del 7% y del 12%, que equivalen a 4º y 7º de pendiente.

Se representa gráficamente en la figura 5-36 la velocidad de salida de la CVT en los casos siguientes: en primer lugar, de color azul claro, se representa la velocidad de salida obtenida una vez realizada la optimización con un valor de pendiente de 0º; en segundo lugar, de color azul marino se representa la evolución de la velocidad de salida obtenida con una pendiente de 4º; y por último se representa de color rojo en línea continua la evolución de la velocidad de salida frente a una pendiente de 7º.

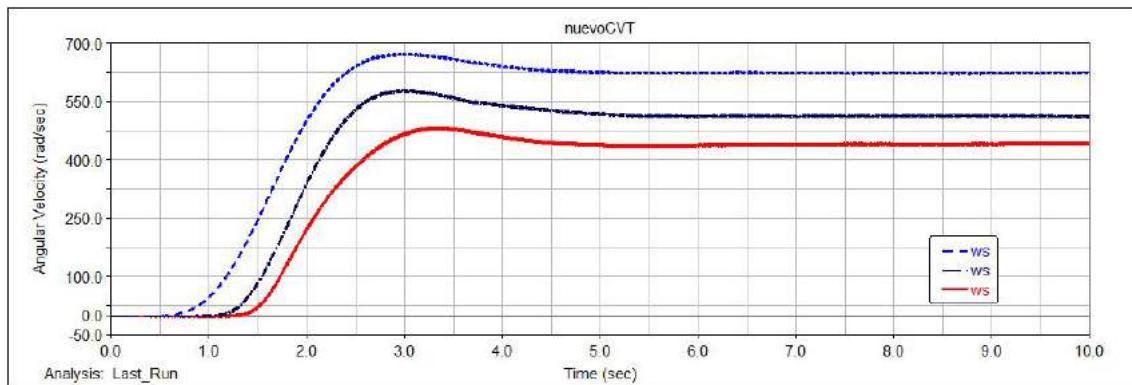


Figura 5-36: Aumento de la pendiente en el diseño rectificador en un único sentido optimizado

Se observa como al aumentar la pendiente la velocidad de salida disminuye, consiguiendo en la pendiente de 7% una velocidad de salida de 150 km/h y en el caso de pendiente de 12%, una velocidad de salida de 128 km/h. Aunque disminuya la velocidad de salida frente a la pendiente, los valores obtenidos siguen siendo adecuados para un turismo.

## 6. Conclusiones

El punto de partida de este estudio ha sido un modelo de transmisión continuamente variable diseñado previamente a la realización del proyecto. Este diseño ha sido modelado y simulado en el programa Adams/View. Una vez conseguido un diseño que trabajase correctamente, se ha variado obteniendo otro diseño, el cual sólo rectificaba la velocidad del planeta en un único sentido.

Una vez que se tienen ambos diseños, se parte de las mismas dimensiones en ambos, y se optimizan con el objetivo de obtener el par de entrada máximo.

Una vez optimizados ambos sistemas se pueden comparar para sacar conclusiones (tabla 6-1).

Variable	Diseño rectificador bisentido	Diseño rectificador monosentido
Velocidad de entrada	435 rad/s	435 rad/s
Velocidad de salida	183 km/h	180 km/h
Potencia de entrada	64,1 kW	64,1 kW
Par de entrada	148 Nm	148 Nm
Tiempo de estabilización	10 s	4 s

Tabla 6-1: Comparativa de resultados de los sistemas

Dado que ambos diseños trabajan en el mismo punto de funcionamiento en cuanto a velocidad de entrada, par de entrada máximo y potencia de entrada, será necesario fijarse en otros aspectos.

En primer lugar se compara el **par de entrada** de cada diseño en la figura 6-1, representando el par de entrada del sistema rectificador bisentido en color morado, y el par de entrada del sistema monosentido en color rojo.

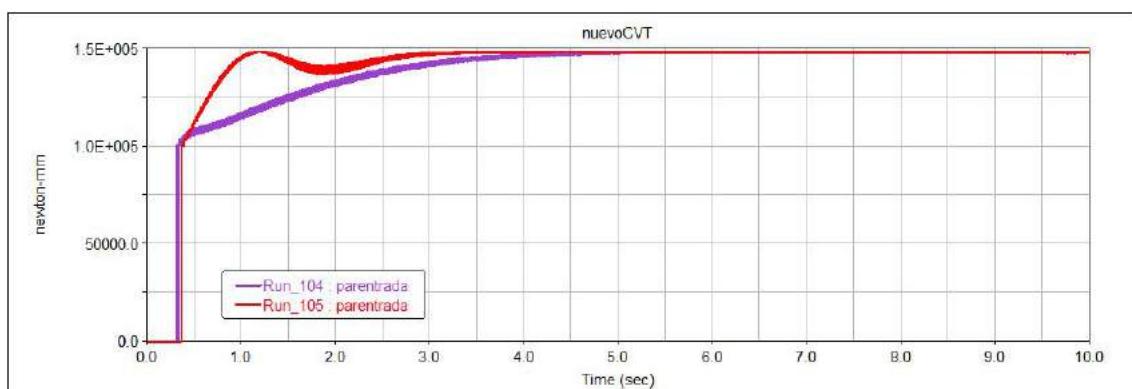


Figura 6-1: Comparativa del par de entrada

Como se había afirmado anteriormente ambos diseños llegan al par máximo de entrada, pero el diseño que rectifica en un único sentido (de color rojo) se estabiliza antes.

La velocidad de salida es prácticamente la misma, por lo que habrá que estudiar otros aspectos para la elección.

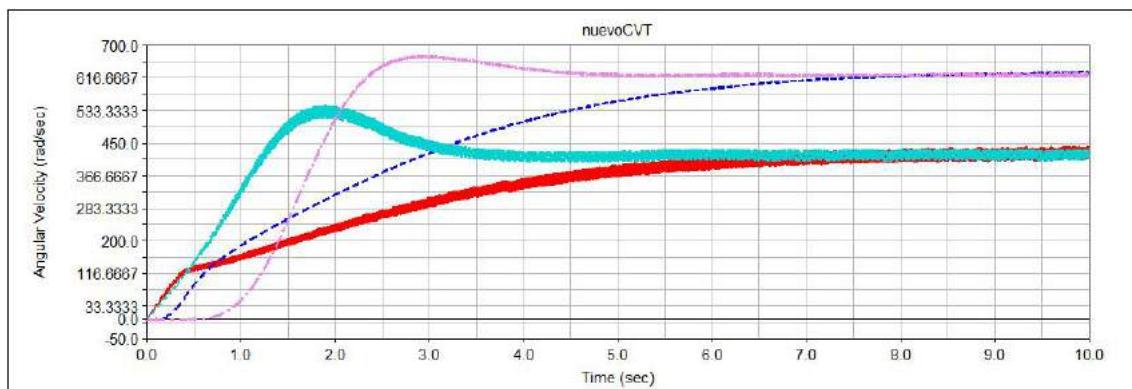
En cuanto al perfil de la carretera, el diseño rectificador en ambos sentidos es más sensible al aumento de pendiente, alcanzándose menor velocidad de salida que en el diseño que rectifica en un único sentido.

Además, el sistema rectificador en ambos sentidos tiene un problema a la hora de la utilización de las ruedas libres:

- En el caso del diseño rectificador en ambos sentidos, el planeta transmite el movimiento a las pistas interiores de ambas ruedas libres. Este movimiento se caracteriza por una velocidad centrada en el cero, que oscila entre dos valores  $v_p$  y  $-v_p$ . Esto se traduce en una velocidad relativa entre las pistas que forman las ruedas libres que será el doble que la velocidad de salida. En el mercado actual no existen ruedas libres que puedan ofrecer esta característica. Además esta diferencia podría ocasionar problemas de desgaste y mantenimiento de las ruedas libres.
- Por otro lado, el diseño que rectifica en un único sentido permite solucionar el problema. Cuando el planeta alcanza el máximo en el sentido en el que tiene permitido el giro, la pista exterior e interior de la rueda libre engranada vale  $v_p$ . En este caso la velocidad de salida y la de la rueda libre serán la misma, por lo que no encontramos este problema.

Dado que el sistema que rectifica en ambos sentidos tarda más en estabilizarse, es más sensible a la pendiente de la carretera y tiene como desventaja el hecho explicado de las ruedas libres, se concluye que es preferible el diseño que rectifica en un único sentido.

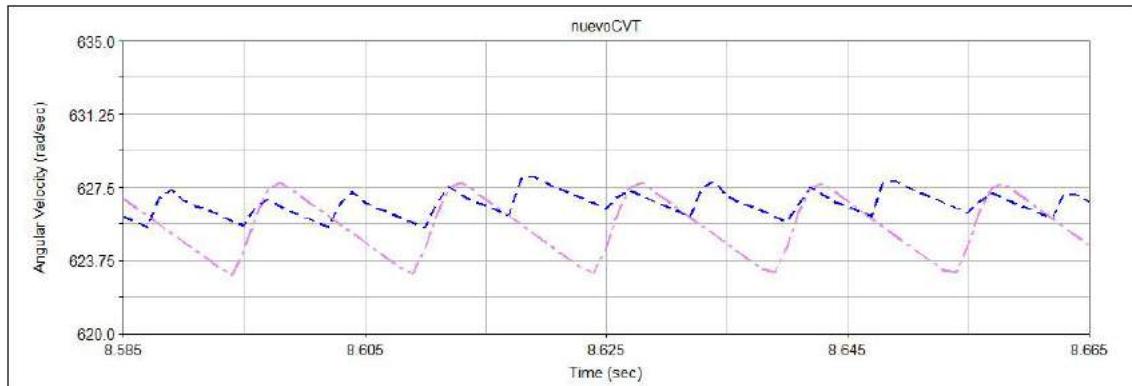
Por otra parte se puede comparar el rizado en ambos diseños. Se representan en la misma gráfica velocidades de entrada y salida de ambos diseños superpuestas (figura 6-2).



**Figura 6-2: Comparación de ambos diseños**

En la figura 6-2 se encuentra la velocidad de entrada del diseño rectificador en ambos sentidos de color rojo, y la de salida de color azul. En el caso del diseño rectificador en un único sentido, la velocidad de entrada está representada en color verde agua y la velocidad de salida en lila.

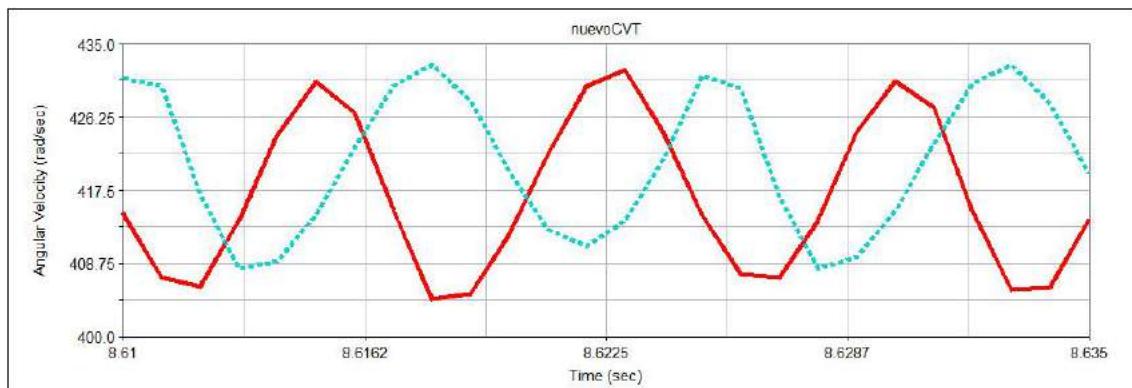
Para la comparación es necesario aumentar las señales hasta un rango donde se aprecie el rizado. En la figura 6-3 se representa el rizado de ambas señales de entrada.



**Figura 6-3: Comparativa rizado velocidad de entrada**

En este caso se puede observar como la velocidad de entrada del diseño rectificador en un único sentido, representada en color lila, tiene el doble de rizado que la velocidad de entrada del diseño rectificador en ambos sentidos, representada en color azul, por lo que no todo serían ventajas a la hora de utilizar el sistema elegido.

En el caso del rizado de la velocidad de salida, se amplia y se representa en la figura 6-4.



**Figura 6-4: Comparativa rizado velocidad de salida**

Se representa en rojo la velocidad de salida del diseño rectificador en ambos sentidos, y la velocidad de salida del diseño rectificador en un único sentido en color turquesa. En el caso de la velocidad de salida no es tan diferente el rizado, por lo que no sería una variable a tener en cuenta.

En cuanto a las dimensiones, el diseño rectificador en un único sentido tendría la ventaja de ocupar menos espacio y ahorrar en peso y piezas, ya que no se necesitaría una rueda libre ni piñones inversores y podríamos utilizar la velocidad de salida de la rueda libre directamente para el eje de salida.

Con todo lo dicho anteriormente, el **diseño que rectifica en un único sentido** sería útil para vehículos de turismo como se ha estudiado, ya que llega al par máximo pedido, ofrece buenas

velocidades, se estabiliza antes y al tener una única rueda libre se encontrarían menos problemas a la hora de su utilización y mantenimiento, al igual que se ahorraría en espacio.

## 7. Trabajos futuros

---

Se pueden proponer trabajos futuros en la línea del estudio de este TFG:

- Estudio de la optimización del sistema teniendo como objetivo la máxima potencia de entrada y ampliación del estudio de sensibilidad y optimización de variables. Proponer curvas de motores que pudieran ser buenas opciones para este tipo de optimización.
- Estudio de otras posibles aplicaciones en vehículos que requieran menos velocidad y puedan usarse las ruedas libres del diseño rectificador en ambos sentidos.
- Ampliación del estudio actual buscando otro posible punto de funcionamiento que proporcionase el par máximo, con la finalidad de ver si ambos sistemas volverían a funcionar a velocidades tan similares.

## 8. Anexos

### Anexo I: Curva de par motor

A la hora de proceder al estudio de nuestra CVT se necesita la expresión analítica de la curva de par motor mostrada en la figura 8-1, ya que será la expresión que hay introducir en el par de entrada a la caja de cambios. Para realizar la aproximación de dicha curva se ha utilizado la curva real de nuestro motor de 90CV en un audi A3 y se ha aproximado con el programa Excel como se muestra en la figura 8-2.

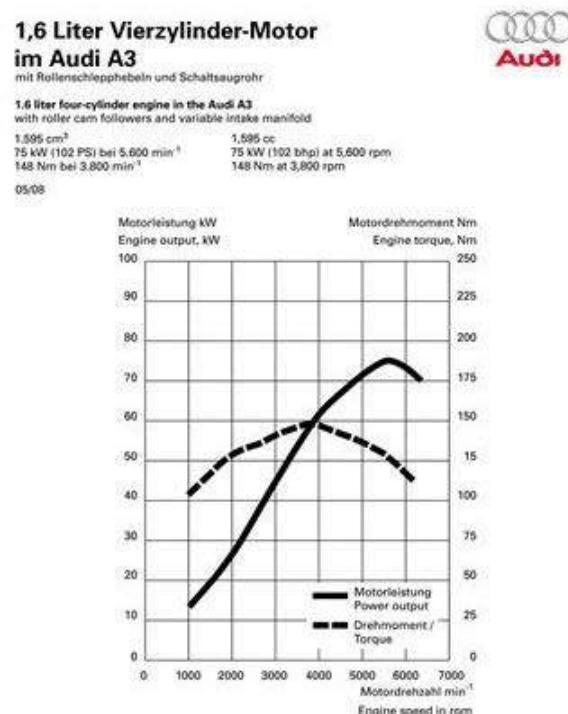


Figura 8-1: Curva de par motor y potencia del motor de 90 CV

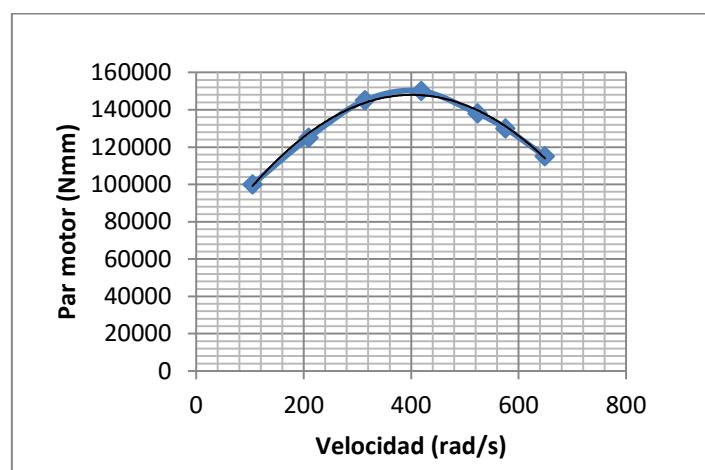


Figura 8-2: Curva analítica del par motor

La línea de tendencia de orden dos que proporciona Excel se define como:

$$y = -0,00006 x^3 - 0,4942x^2 + 428,4x + 59825$$

Siendo "x" la velocidad angular e "y" el par motor, y siendo las unidades utilizadas Nmm para el par y rad/s para la velocidad de entrada.

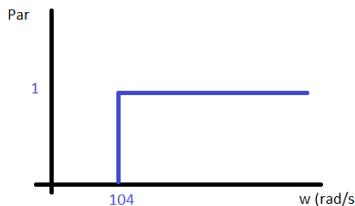
La realización de la optimización de ambos sistemas tiene como objetivo llegar al par máximo. Para comprobar que al optimizar se consigue este objetivo, es necesario saber cuál es el máximo par de entrada que se puede conseguir con la curva de par que se ha introducido.

Para saber el valor máximo de par que se podrá obtener con la curva analítica únicamente será necesario igualar a cero la derivada de la curva: el valor máximo es de **148 Nm**.

Hay que tener en cuenta que esta expresión analítica de la curva es para todo x, en nuestro caso para todas las velocidades, pero realmente la curva de par está delimitada en velocidad, por lo que habrá que delimitar también la curva analítica. Para ello se utilizará la función step, la cual se multiplicará delante y detrás de dicha curva para que se disponga de ella sólo en el rango que realmente existe.

En este caso se usan dos step:

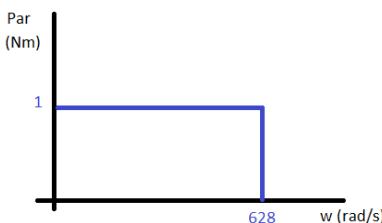
- Para delimitar antes de la curva se usa el step de la figura 8-3:



**Figura 8-3: Step delimitador de la curva analítica**

Con este step se consigue eliminar todos los valores que la curva de regresión antes del punto donde comienza la curva de par.

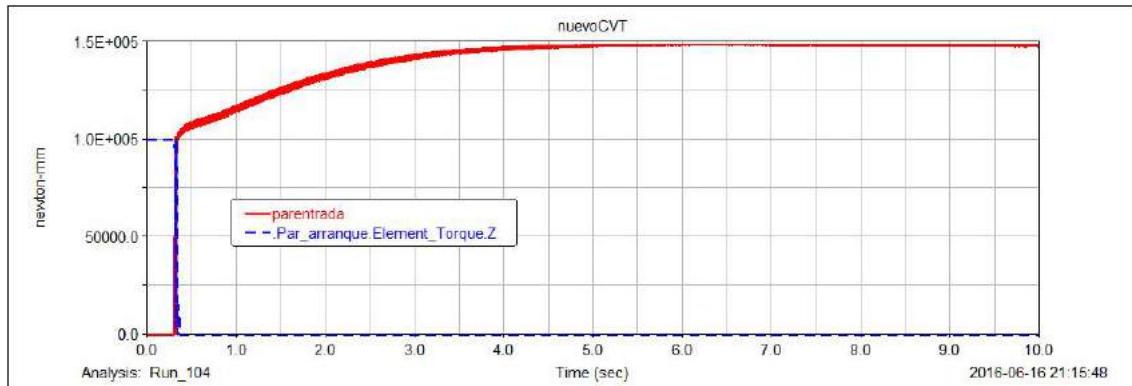
- Para delimitar la curva desde el punto de máxima velocidad se usa el step de la figura 8-4:



**Figura 8-4: Step delimitador de la curva analítica**

Con este step se consigue eliminar todos los valores que la curva de regresión aporta después del último punto de la curva.

Al tener la curva ahora delimitada correctamente, hasta que no se consiga una velocidad de 104 rad/s no comenzará a funcionar el motor, por lo que se necesita un par de arranque que dé el mínimo valor necesario para la curva en 104 rad/s, y se usará un step que proporcione el par de ralentí, 100 Nm, hasta conseguir esa velocidad, con la cual comenzará la curva.



**Figura 8-5: Par de arranque y par de entrada**

Como se puede ver en la figura 8-5 el par de arranque entra en funcionamiento hasta que comienza la curva de par motor, que desaparece. Esto evita tener que simular un embrague.

## Anexo II: Dinámica longitudinal AUDI A3

Para el estudio de nuestra caja de cambios necesitaremos conocer cada una de las fuerzas que se oponen al movimiento de esta, y el estudio de dichas fuerzas se llevará a cabo a través de la dinámica longitudinal. Utilizaremos un modelo bidimensional del vehículo:

- $F_L$  Resistencia del aire
- $F_{Ro}$  Resistencia a la rodadura
- $F_{St}$  Resistencia a ascensión
- $S$  Centro de gravedad
- $G$  Peso
- $\alpha$  Ángulo de inclinación

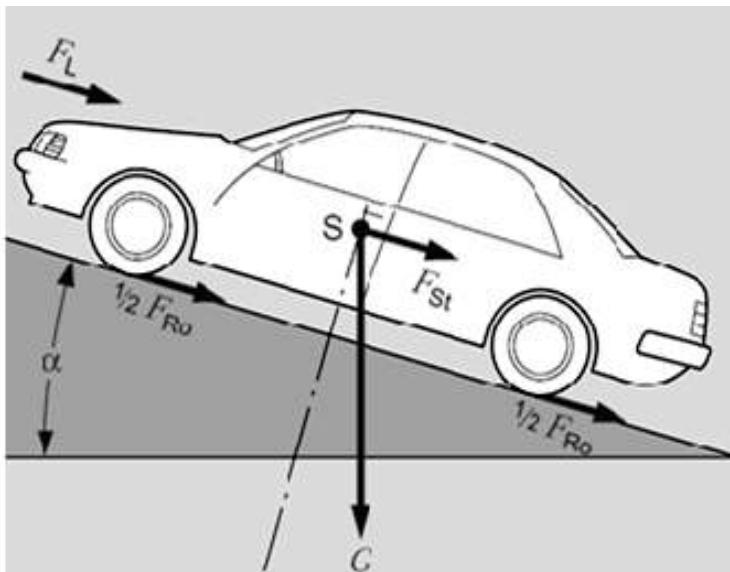


Figura 8-6: Dinámica longitudinal

Con un balance de fuerzas en el plano horizontal se obtiene:

$$F_{res} = F_{aerodinamica} + F_{gravitatoria} + F_{inercia} + F_{rodadura}$$

Pasamos a definir cada fuerza por separado.

### Fuerza de resistencia aerodinámica

La fuerza de resistencia aerodinámica es la fuerza que se opone al movimiento del vehículo causada por el aire, y viene definida por:

$$F_{aerodinamica} = \rho C_d A \frac{v^2}{2}$$

Siendo:

- $\rho$  densidad del aire
- $C_d$  coeficiente de resistencia aerodinámico (diferente para cada vehículo)
- $A$  superficie frontal del vehículo
- $v$  velocidad del vehículo

## Fuerza de resistencia gravitatoria

Fuerza que se opone al movimiento del vehículo causado por su propio peso en una pendiente. Se obtendrá proyectando en la dirección paralela a la superficie de rodadura del vehículo y viene definida por:

$$F_{gravitatoria} = mg \operatorname{sen} \alpha$$

Siendo:

- $m$  la masa del vehículo
- $g$  la gravedad
- $\alpha$  el ángulo de inclinación del terreno

## Fuerza de inercia

La fuerza de inercia aparece por la oposición que ejerce el propio vehículo al cambio de velocidad y viene definida por:

$$F_{inercia} = m \frac{dv}{dt} = ma$$

Siendo:

- $m$  la masa del vehículo
- $v$  la velocidad del vehículo
- $a$  la aceleración del vehículo

## Fuerza de rodadura

La fuerza de resistencia a la rodadura se origina a causa de la fricción que se produce entre los neumáticos y la superficie de la carretera. Esta fuerza es proporcional a la fuerza normal que ejerce la carretera por el vehículo, ponderada por un coeficiente de fricción entre los neumáticos y la carretera.

$$F_{rodadura} = fr N = fr mg \cos \alpha$$

Siendo:

- $fr$  coeficiente de resistencia a la rodadura
- $N$  fuerza normal del terreno
- $m$  masa del vehículo

- $g$  gravedad
- $\alpha$  ángulo de inclinación del terreno

El valor del coeficiente de fricción entre los neumáticos y la carretera depende del material de la vía, de los neumáticos y de la velocidad del vehículo.

Neumático	Wong (v en km/h)	Gillespie (v en millas /h)
Radial Turismo	$f_r = 0,0136 + 0,04 \times 10^{-6} v^2$	
Diagonal Turismo	$f_r = 0,0169 + 0,19 \times 10^{-6} v^2$	
Radial Camión	$f_r = 0,006 + 0,23 \times 10^{-6} v^2$	$f_r = (0,0041 + 0,000041 v) C_h$
Diagonal Camión	$f_r = 0,007 + 0,45 \times 10^{-6} v^2$	$f_r = (0,0066 + 0,000046 v) C_h$

$$C_h = 1,0 \text{ para hormigón}$$

$$C_h = 1,2 \text{ para asfalto}$$

$$C_h = 1,5 \text{ para asfalto en verano}$$

Figura 8-7: Coeficiente de fricción

## Fuerza de resistencia total

Sustituimos cada una de las fuerzas en la expresión general:

$$F_{res} = \rho C_d A \frac{v^2}{2} + mg \sin \alpha + ma + f_r mg \cos \alpha$$

## Momento resistente

El momento resistente que se ve en la salida del sistema de transmisión se obtiene a partir del momento resistente que hay en el eje de las ruedas del vehículo:

$$M_{res} = F_{res} R r_d$$

Siendo:

- $R$  el radio de la rueda
- $r_d$  la relación del diferencial

Se obtiene la expresión del momento resistente sustituyendo todo en la ecuación:

$$M_{res} = R r_d \rho C_d A \frac{v^2}{2} + R r_d mg \sin \alpha + R r_d ma + R r_d fr mg \cos \alpha$$

Hay que tener en cuenta que:

- $a = a_{rueda} R = \alpha_{eje} r_d R$
- $v = \omega_{rueda} R = \omega_{eje} r_d R$

Con lo que queda:

$$M_{res} = R^3 r_d^3 \rho C_d A \frac{\omega_{eje}^2}{2} + R r_d mg \sin \alpha + R^2 r_d^2 m \alpha_{eje} + R r_d fr mg \cos \alpha$$

Se particularizan los parámetros para nuestro vehículo Audi A3 (figura 8-8).



**Figura 8-8: Audi A3**

$$C_d = 0,32$$

$$A = 2,13 \text{ m}^2$$

$$m = 1320 \text{ kg}$$

$$R = \frac{20 * 1,25}{100} = 0,25 \text{ m}$$

$$r_d = 0,323$$

$$fr = 0,015$$

Siendo:

$$\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$$

La expresión del momento resistente queda como:

$$M_{res} = 0,00021896 \omega^2 + 1043,225 \operatorname{sen} \alpha + 8,5848 \frac{d\omega}{dt} + 15,648 \cos \alpha \text{ Nm}$$

Se puede ver para una inclinación del terreno nula ( $\alpha = 0^\circ$ )

$$M_{res} = 0,0002189 \omega^2 + 8,5848 \frac{d\omega}{dt} + 15,648$$

Se representa para el rango de velocidades de nuestra curva el par resistente para una pendiente de  $0^\circ$  en la figura 8-9.

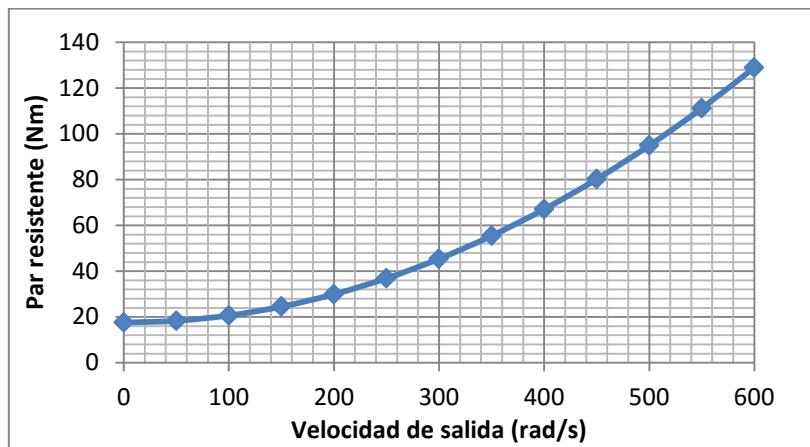


Figura 8-9: Par resistente para alpha cero

## Anexo III: Curva de potencia

Es de interés conocer cuál es la potencia máxima que se puede obtener con la curva analítica de par que se ha utilizado, con el fin de saber en qué punto se trabaja una vez optimizados los diseños.

Para ello se multiplica el par de entrada por la velocidad para obtener la curva de potencia. Se representa la potencia de entrada frente a velocidad de entrada en la figura 8-10 con el programa Excel.

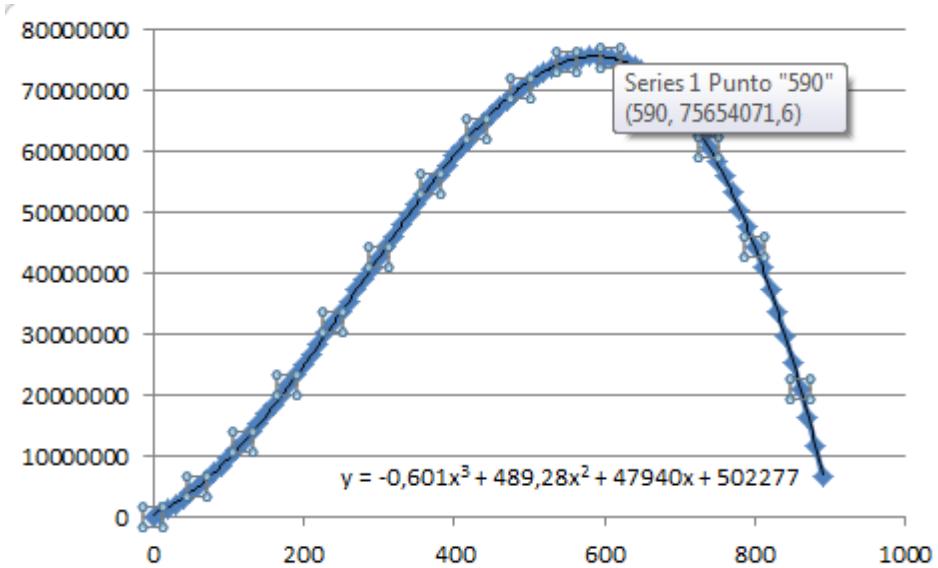


Figura 8-10: Curva de potencia

Por lo que se conoce que la máxima potencia que se puede obtener está en torno a 75,654 kW, teniendo en cuenta el posible error que se tiene al representar la gráfica con la ecuación analítica.

## Anexo IV: Datos del vehículo Audi A3

Potencia Máxima: 75 kW/ 5.500 r.p.m.

Par motor máxima: 150 Nm / 3.800-4000 r.p.m.

Caja de cambio: Manual de 6 velocidades

Desarrollo: 3,769/2,087/1,324/0,977/0,975/0,814

Marcha Atrás: 4,549

Diferencial : 3,1

Velocidad máxima: 207 km/h

Largo (milímetros): 4.238 mm

Ancho (milímetros): 1.765 mm

Alto (milímetros): 1.421 mm

Distancia entre ejes (mm): 2.578 mm

Vía delantera (mm): 1.534 mm

Vía trasera (mm): 1.507 mm

Peso (en vacío): 1.320 Kg

Neumáticos para Audi A3

Diámetros: 15.0" - 20.0"

Ancho (mm): 195 - 255

## 9. Bibliografía

---

[1] Pérez, F. (2010). Diseño, construcción y ensayo de un convertidor de par para un sistema de transmisión CVT inercial, *Tesis Doctoral, Universidad de Sevilla*

[2] Morales, F., (2011), Diseño conceptual de rectificadores para CVTs dinámicas, *Tesis Doctoral, Universidad de Sevilla.*

[3] Centeno, G.; Morales, F.; Pérez, F. B; Benítez F.G., (2010), Continuous Variable Transmission with an Inertia-Regulating System, *Journal of Mechanical Design*, 132, pp. 051004/1-051004/13.

[4] <http://www.aficionadosalamecanica.net/caja-cambios3.htm> última vez visitada 10/05/2016

[5] [http://www.mecapedia.uji.es/ley\\_de\\_Grashof.html](http://www.mecapedia.uji.es/ley_de_Grashof.html) última vez visitada 23/04/2016

[6] <http://www.uv.es/asepuma/VI/31.PDF> última vez visitada 17/06/2016