

2 Fundamentos teóricos

En este capítulo se recogerán los fundamentos teóricos necesarios para la comprensión del proyecto.

Primero se describirá la teoría del funcionamiento de las uniones atornilladas, y posteriormente la bases de extensometría necesarias para el desarrollo experimental del ensayo de la unión atornillada.

2.1 Teoría de las uniones atornilladas

En este apartado se hará una introducción sobre las uniones atornilladas, y se describirán conceptos tan importantes como la relación existente entre el par de apriete aplicado a la unión y la tracción-compresión que se induce al aplicarla.

Finalmente, se verá el efecto que tiene sobre la unión una fuerza que intenta separar las piezas unidas.

2.1.1 Presentación de las uniones atornilladas

Entre todos los elementos de máquinas el tornillo es el más frecuentemente empleado.

Aunque su utilización más habitual e importante es como elemento de fijación entre piezas desmontables, tiene también otras aplicaciones. Entre ellas también destacan la utilización como transmisor de fuerzas para producir grandes esfuerzos longitudinales mediante pequeños fuerzas periféricas (presa de husillo, tornillo de banco, etc.) y como transmisor de movimientos, por ejemplo en los husillos guía.

Otras aplicaciones de los tornillos pueden ser en elementos de medida (micrómetros), para reajustar fugas y desgastes, para obturación de orificios (tapones), etc. En otras ocasiones, al mismo tiempo que se utiliza como elemento de fijación, sirve también para el sellado de una cámara contenido líquidos o gas.

Debido a su gran utilización, estos elementos están sometidos a una extensa normalización. Existen diversos tipos de rosca normalizados. Entre las roscas para elementos de fijación, los tipos más conocidos en Europa son métrica, métrica fina, la Whitworth y Whitworth fina. Existen otros muchos tipos, como la redondeada, que tiene un perfil con radios amplios para disminuir las concentraciones de tensiones, la rosca unificada, normalizada en Estados Unidos, rosca para chapa, rosca cortante, etc. Para la transmisión de fuerzas y movimientos se utilizan distintos tipos de rosca, siendo las más conocidas, la rosca trapezial y la rosca en diente de sierra.

En cuanto a los tornillos de fijación existen muy diversos tipos normalizados, dependiendo de la rosca utilizada, las dimensiones, la forma de la cabeza, la forma de la caña, etc. Como ejemplo pueden verse algunos tipos de tornillos con distintas formas de cabeza, como se muestra en la siguiente figura.

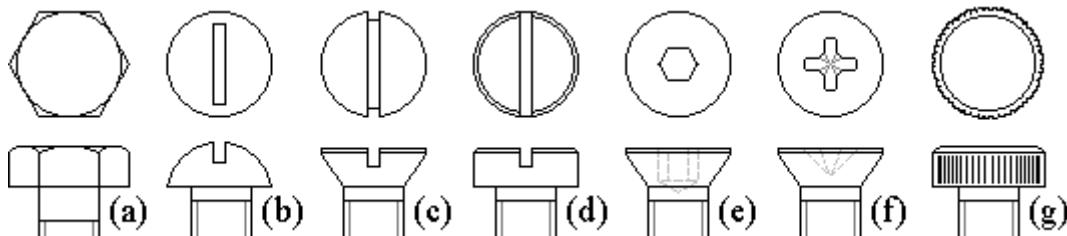


Figura 1: Tipos de cabezas de tornillo

Cabezas: hexagonal (a), redonda o alomada (b), cilíndrica (d, g), avellanada (c, e, f); combinadas con distintos sistemas de apriete: hexagonal (a) o cuadrada para llave inglesa, ranura o entalla (b, c, d) y Phillips (f) para destornillador, agujero hexagonal (e) para llave Allen, moleteado (g) para apriete manual.

En cuanto a las tuercas sucede algo parecido, existen muy diversos tipos normalizados, no solo por sus dimensiones, sino también por su forma, con lo que se cubren las necesidades más variadas.

Entre las ventajas que pueden indicarse de las uniones atornilladas son la posibilidad de montaje y desmontaje, además de la amplia gama de elementos normalizados que pueden utilizarse para condiciones de trabajo muy diversas. Otra ventaja importante es la fiabilidad de las uniones por la facilidad de fabricación y control de las características de resistencia y tolerancias.

Aunque las uniones atornilladas son muy seguras, a la hora de definir el tipo de tornillo que debe ser utilizado, existen una serie de factores que son importantes y que pueden hacer peligrar la unión en caso de no ser tenidos en cuenta. Entre estos factores pueden incluirse:

- El desconocimiento de las fuerzas exteriores exactas que van a producirse.
- Los problemas que puedan presentarse si no se aprietan adecuadamente. Los tornillos de pequeño diámetro pueden romperse fácilmente por apretarlos más de lo debido. En muchos casos, para controlar este apriete se usan llaves dinamométricas, que miden el par aplicado, o arandelas con posibilidad de medir la presión, etc.
- La posibilidad de que la cabeza o la tuerca no apoyen en toda la superficie, lo que haría aparecer tensiones adicionales de flexión. Para solucionar este problema, en algunos casos pueden usarse arandelas especiales cuyo espesor no es constante.

- La posibilidad de aflojamiento de la unión, bien sea por sacudidas que puede resolverse con tuercas o arandelas especiales que impiden el giro, o por dilataciones térmicas que hacen perder apriete al tornillo.
- Posibles apariciones de choques o cargas variables que puedan dañar el tornillo de diversas formas.
- Otro factor a considerar, que influirá en el material a utilizar en la fabricación de los tornillos, son los posibles ataques electrolíticos al unir pieza de distintos materiales y el ambiente exterior, que puede producir la oxidación.
- Por último, para decidir sobre el tipo de tornillo a emplear deben analizarse otros factores como son la frecuencia de montaje y desmontaje, la posibilidad de usar un tipo de cabeza u otro en función de la facilidad de montaje, lugar de aplicación, espesor de la piezas a unir, etc.

2.1.2 Par de apriete, autorretención y rendimiento

El método tradicionalmente empleado para determinar la tensión a que está sometido un tornillo es mediante la comprobación del par aplicado en el apriete, aunque no es el método más preciso. Para esto suele emplearse una llave dinamométrica, que no es más que una llave con un elemento deformable, que permite conocer el par aplicado como función de la deformación del elemento.

Para el estudio de la tensión en función del apriete, se comenzará estudiando el caso de una rosca de perfil cuadrado, con un paso p , un diámetro medio d_m y un ángulo de hélice α (Figura 2), que mediante el giro intenta hacer subir una pieza roscada que opone una fuerza F (Figura 3).

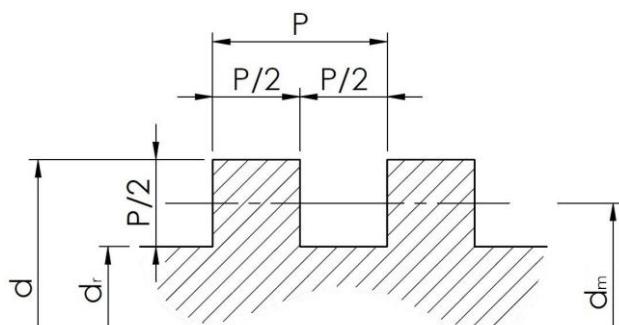


Figura 2: Rosca cuadrada

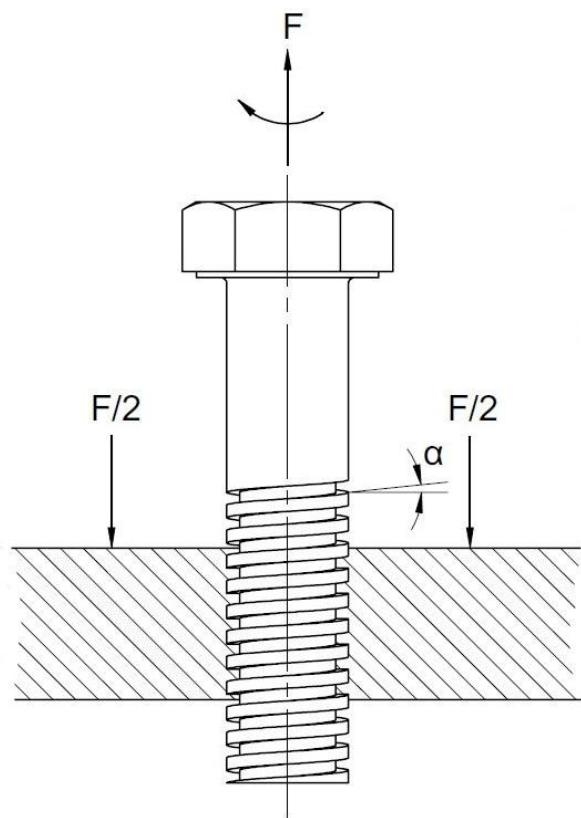


Figura 3: Estudio del apriete

Considerando un filete desarrollado (Figura 4), se obtendría un plano inclinado en una longitud igual a la de una circunferencia cuyo diámetro es el diámetro medio y un ángulo α (Figura 5).

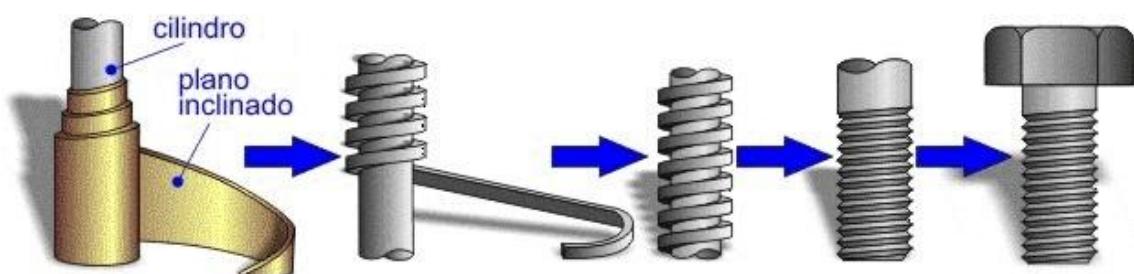


Figura 4: Desarrollo del filete del tornillo

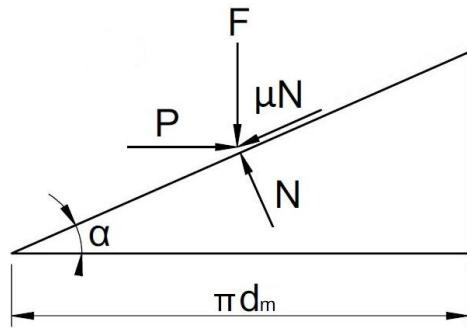


Figura 5: Sistema de fuerzas en el desarrollo del filete

El sistema de fuerzas que se produce sobre dicho plano al intentar subir la pieza es el indicado en la figura anterior. La pieza opondrá una resistencia F hacia abajo. Al mismo tiempo, para vencer el rozamiento y la componente horizontal de la fuerza N , la pieza ejercerá otra fuerza P hacia la derecha, que será la fuerza que debe aplicarle al plano para que haga subir la carga. Planteando el equilibrio de fuerzas se obtiene:

$$\begin{aligned} \sum F_H &= P - N \cdot \sin \alpha - \mu \cdot N \cos \alpha = 0 \\ \sum F_V &= F + N \cdot \cos \alpha - \mu \cdot N \sin \alpha = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Eliminando N entre las ecuaciones y despejando P , queda:

$$P = F \cdot \frac{\sin \alpha + \mu \cdot \cos \alpha}{\cos \alpha - \mu \cdot \sin \alpha} = F \cdot \frac{\tan \alpha + \mu}{1 - \mu \cdot \tan \alpha} \quad (2)$$

Teniendo en cuenta que μ es igual a la tangente del ángulo de rozamiento φ , la ecuación (2) puede expresarse:

$$P = F \cdot \frac{\tan \alpha + \tan \varphi}{1 - \tan \varphi \cdot \tan \alpha} = F \cdot \tan (\alpha + \varphi) \quad (3)$$

Dado que la fuerza P se aplica en el diámetro medio de la rosca (d_m), el par que habrá que aplicar para vencer esa fuerza será:

$$T = P \cdot \frac{d_m}{2} = \frac{F \cdot d_m}{2} \cdot \tan (\alpha + \varphi) \quad (4)$$

Si en vez de subir la pieza se pretende bajar, el sistema de fuerza que aparece en el plano inclinado equivalente será el de la Figura 6, ya que bajar la pieza equivale a mover dicho plano hacia la derecha.

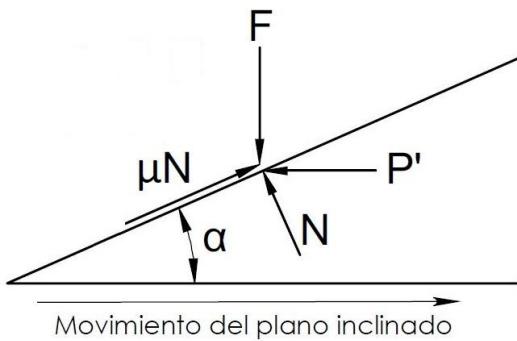


Figura 6: Sistema de fuerzas en el desarrollo del filete en el sentido contrario

En este caso, las ecuaciones de equilibrio de fuerzas serán:

$$\begin{aligned}\sum F_H &= \mu \cdot N \cos \alpha - P' - N \cdot \operatorname{sen} \alpha = 0 \\ \sum F_V &= F - \mu \cdot N \cdot \operatorname{sen} \alpha - N \cos \alpha = 0\end{aligned}\quad (5)$$

Eliminando N igual que en el caso anterior, queda:

$$P' = F \cdot \frac{\mu \cdot \cos \alpha - \operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha + \mu \cdot \operatorname{sen} \alpha} = F \cdot \tan(\varphi - \alpha) \quad (6)$$

Con lo que el par necesario será:

$$T' = \frac{F \cdot d_m}{2} \cdot \tan(\varphi - \alpha) \quad (7)$$

En esta ecuación se puede comprobar que el par necesario para bajar la pieza será negativo si α es mayor que φ . Es decir, que la pieza bajara sola, sin necesidad de aplicación de par alguno $\mu < \tan(\alpha)$, independientemente de la magnitud de F . Si $\mu > \tan(\alpha)$ se produce la autorretención, es decir para mover la pieza en cualquier sentido habrá que aplicar necesariamente un par en el sentido de giro correspondiente.

Si en vez de tener el tornillo rosca cuadrada la tiene trapezoidal o con filete triangular (Figura 7), con ángulo de filete 2β , la fuerza normal a la superficie, en vez de ser N será $N/\cos \beta$. Dicha variación solo influirá en las ecuaciones de equilibrio en un aumento de las fuerzas de rozamiento, que serán ahora $\mu N/\cos \beta$. La otra componente será la fuerza normal al eje del tornillo y dirigida hacia él, por tanto se equilibrará con la producida en el punto del tornillo diametralmente opuesto.

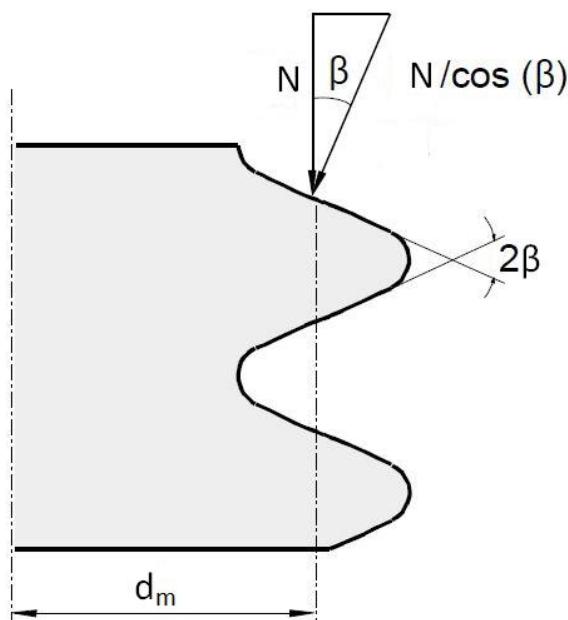


Figura 7: Fuerza normal en la rosca triangular

Para determinar el par necesario para subir y bajar la pieza indicada anteriormente, solo habrá que sustituir en las ecuaciones (2) y (6) el valor de μ por otro valor $\mu' = \mu / \cos \beta$.

Si se hace:

$$\mu' = \tan \varphi' \quad (8)$$

Las ecuaciones (4) y (7) quedarán:

$$T = F \cdot \tan (\varphi' + \alpha) \cdot \frac{d_m}{2} \quad (9)$$

$$T' = F \cdot \tan (\varphi' - \alpha) \cdot \frac{d_m}{2} \quad (10)$$

Dado que φ' será mayor que φ en este caso se producirá autorretención para ángulos mayores de α que si la rosca fuera cuadrada.

El análisis realizado de los pares necesarios para subir y bajar una pieza cualquiera mediante un tornillo de transmisión de potencia es igual al que puede hacerse con objeto de conocer el par que debe aplicarse para apretar o aflojar un tornillo de fijación, ya que los sistemas de fuerzas producidas son los mismos.

Para el cálculo del par total necesario para producir un movimiento o fuerza en uno u otro sentido, habrá que sumarle el par producido por el apoyo axial del tornillo (en el caso de transmisión de potencia) o por la cabeza del tornillo sobre la pieza (en el caso de fijaciones) (Figura 8).

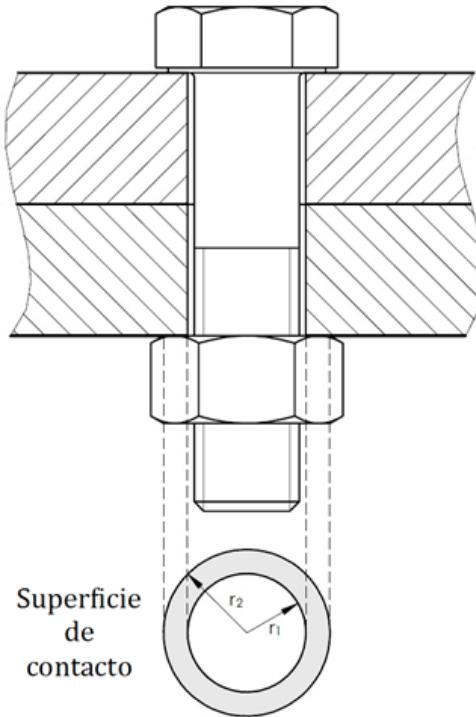


Figura 8: Contacto entre tuerca y piezas unidas

Suponiendo una distribución uniforme de presiones en la superficie de contacto y que esta es una corona circular, el par necesario será:

$$T_c = \mu_c \cdot p \cdot 2\pi \int_{r_1}^{r_2} r^2 dr = 2\pi p \cdot \mu_c \frac{r_2^3 - r_1^3}{3} \quad (11)$$

Normalmente, dado que el anillo de contacto es de pequeño espesor puede utilizarse como buena aproximación, la consideración de que toda la fuerza se ejerce sobre el diámetro medio de dicho anillo. En ese caso el par torsor para vencer el rozamiento indicado será:

$$T_c = \mu_c \cdot r_c \cdot F \quad (12)$$

El par total para apretar un tornillo a una tensión F , o para producir una fuerza F con uno de transmisión de potencia, será:

$$T_t = F (\mu_c \cdot r_c + \tan(\varphi' + \alpha) \cdot \frac{d_m}{2}) \quad (13)$$

Un dato importante en los tornillos para transmitir movimiento o fuerza el rendimiento. Este es igual al cociente entre el par necesario y el que haría falta si el rozamiento fuera nulo. Considerando solo el rozamiento en la rosca, en el caso de querer producir una traslación a partir de un giro, este será:

$$\eta = \frac{\tan(\alpha)}{\tan(\varphi' + \alpha)} \quad (14)$$

Si quiere obtenerse una rotación a partir de un desplazamiento equivalente al caso de bajada de la pieza este será:

$$\eta' = \frac{\tan(\varphi' - \alpha)}{\tan \alpha} \quad (15)$$

En el caso de la ecuación (14), si se tiene en cuenta el rozamiento en el apoyo del tornillo, la ecuación se convierte en:

$$\eta = \frac{\tan(\alpha)}{\mu_c \frac{2r_c}{d_m} + \tan(\varphi' + \alpha)} \quad (16)$$

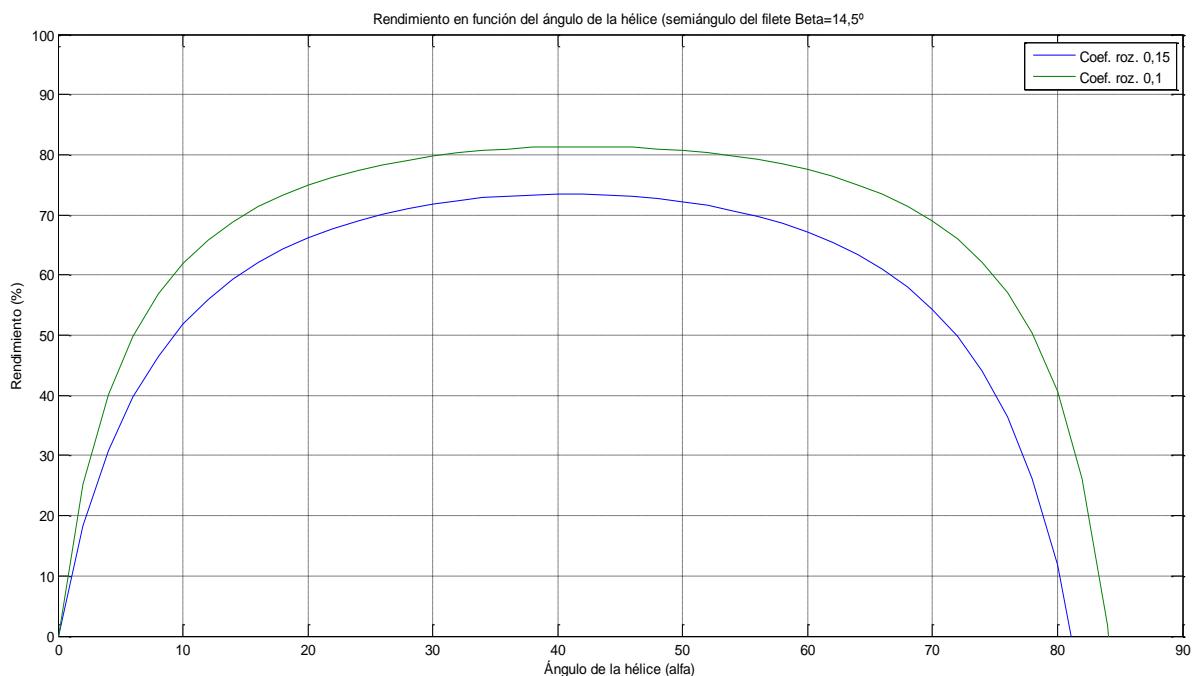


Figura 9: Rendimiento en función del ángulo de la hélice (semiángulo del filete $\beta = 14,5^\circ$)

En la Figura 9 se muestra un gráfico de variación del rendimiento del rendimiento en función del ángulo de la hélice (α) para el caso de la ecuación (14), en un tornillo trapecial con un ángulo $\beta = 14,5^\circ$. En este gráfico se puede comprobar que el rendimiento máximo se produce para ángulos medios. De las ecuaciones del rendimiento, se deduce también que el rendimiento será mayor a medida que disminuye β , ya que hace disminuir el valor de φ' hacia φ .

Para ello debe intentarse que dicho ángulo sea pequeño. Las roscas cuadradas serían las de mejor rendimiento pero tiene el inconveniente de la dificultad de fabricación y de ajuste a medida que se va produciendo el desgaste.

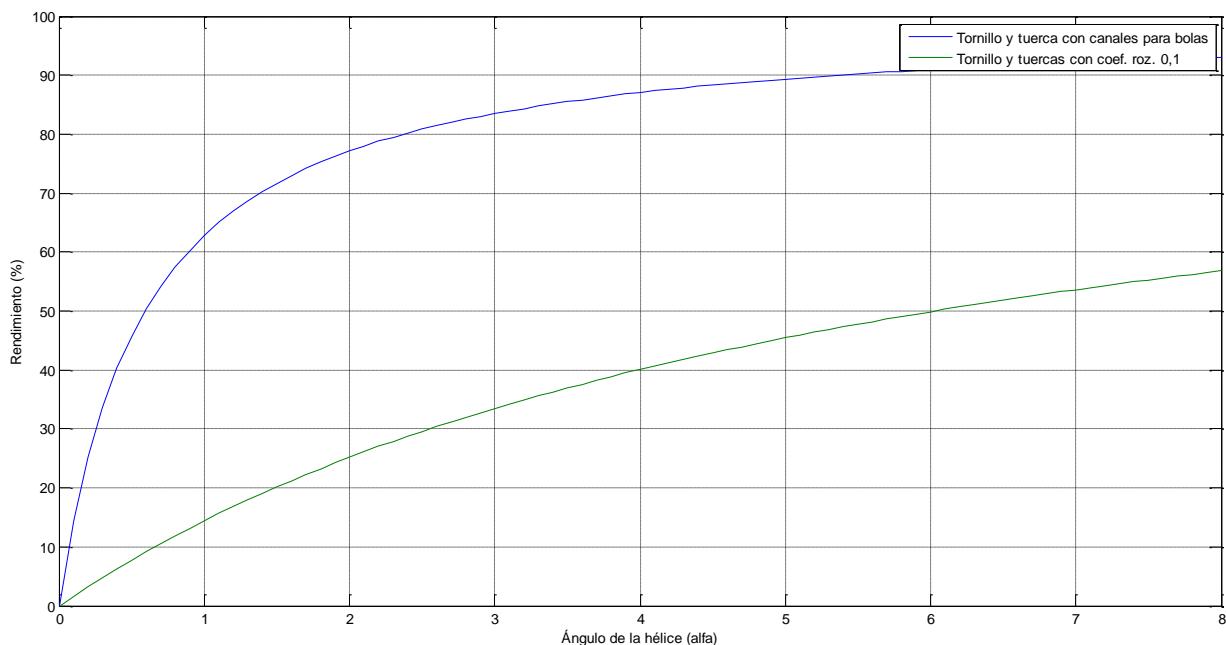


Figura 10: Comparación con el rendimiento de husillo de bolas

Para conseguir buenos rendimientos pueden usarse tornillos y tuercas cuyos filetes son unos canales para la rodadura de bolas que transmiten el movimiento. En este caso los valores de μ son pequeñísimos, y el rendimiento aumenta enormemente como puede verse en la Figura 10, donde se muestra la curva de variación del rendimiento para este tipo de tornillos comparada con la curva anterior.

En el caso de los tornillos de fijación, en los que no es importante el rendimiento y si la autorretención, para evitar que se aflojen, los ángulos β son mayores, como puede verse en las roscas normalizadas.

El problema principal para determinar el par de apriete de un tornillo de fijación o el par necesario para transmitir una fuerza en un tornillo de potencia, es la determinación del coeficiente de rozamiento. Este coeficiente dependerá de los materiales en contacto, del acabado superficial, del engrase de las superficies en contacto, etc.

Normalmente, en los tornillos de fijación se considera un coeficiente de rozamiento, tanto para la cabeza como para la rosca, entre 0,12 y 0,2 para los de acero. Estos valores como ya se ha dicho, dependen del grado de acabado, lubricación y precisión de la rosca. Para otros materiales estos valores son algo distintos, y pueden usarse como referencia los valores recomendados para tornillos de potencia. En el caso de estos últimos, aunque los valores del coeficiente de rozamiento dependen de los mismos factores que se han indicado, tanto la calidad superficial como las condiciones de servicio están mucho más controladas.

Existen tablas que indican valores aproximados de μ en función de las condiciones de servicio, estado superficial y superficies en contacto. En la Tabla 1 se muestra una tabla con valores de μ para el contacto entre tornillos y tuerca, y entre el soporte y collar de empuje. Los valores se indican para el arranque y para giro a régimen.

Coeficiente de rozamiento para roscas cuadradas, Acme y tipo nacional americano y para collares de empuje				
Tornillo de acero y tuerca de bronce o hierro fundido		Rozamiento del collar de empuje		
Condiciones	Coeficiente medio de rozamiento en régimen μ_1	Material	Coeficiente de rozamiento μ_2	
			Arranque	Régimen
Materiales y ejecución de alta calidad en las mejores condiciones de funcionamiento	0,103	Acero dulce sobre hierro fundido	0,17	0,121
Materiales y ejecución de calidad media y condiciones medias de trabajo	0,126	Acero endurecido sobre hierro fundido	0,147	0,092
Ejecución pobre y movimiento muy lento y poco frecuente con engrase indiferente o superficies recién mecanizadas	0,154	Acero dulce sobre bronce	0,101	0,084
Coeficiente medio de rozamiento de arranque a régimen, 1,376			0,081	0,063

Tabla 1: Coeficiente de rozamiento para roscas cuadradas

2.1.3 Dimensionados de tornillos sujetos a cargas estáticas

Los tornillos sometidos a cargas estáticas tienen dos zonas principales de rotura, que son las que deben comprobarse para el dimensionado. La rotura más frecuente se produce en la zona sometida a tracción, inmediata al final de la tuerca. En esta zona existen grandes concentraciones de tensión debido a la forma de los filetes y a la irregular distribución de carga a lo largo de la parte roscada.

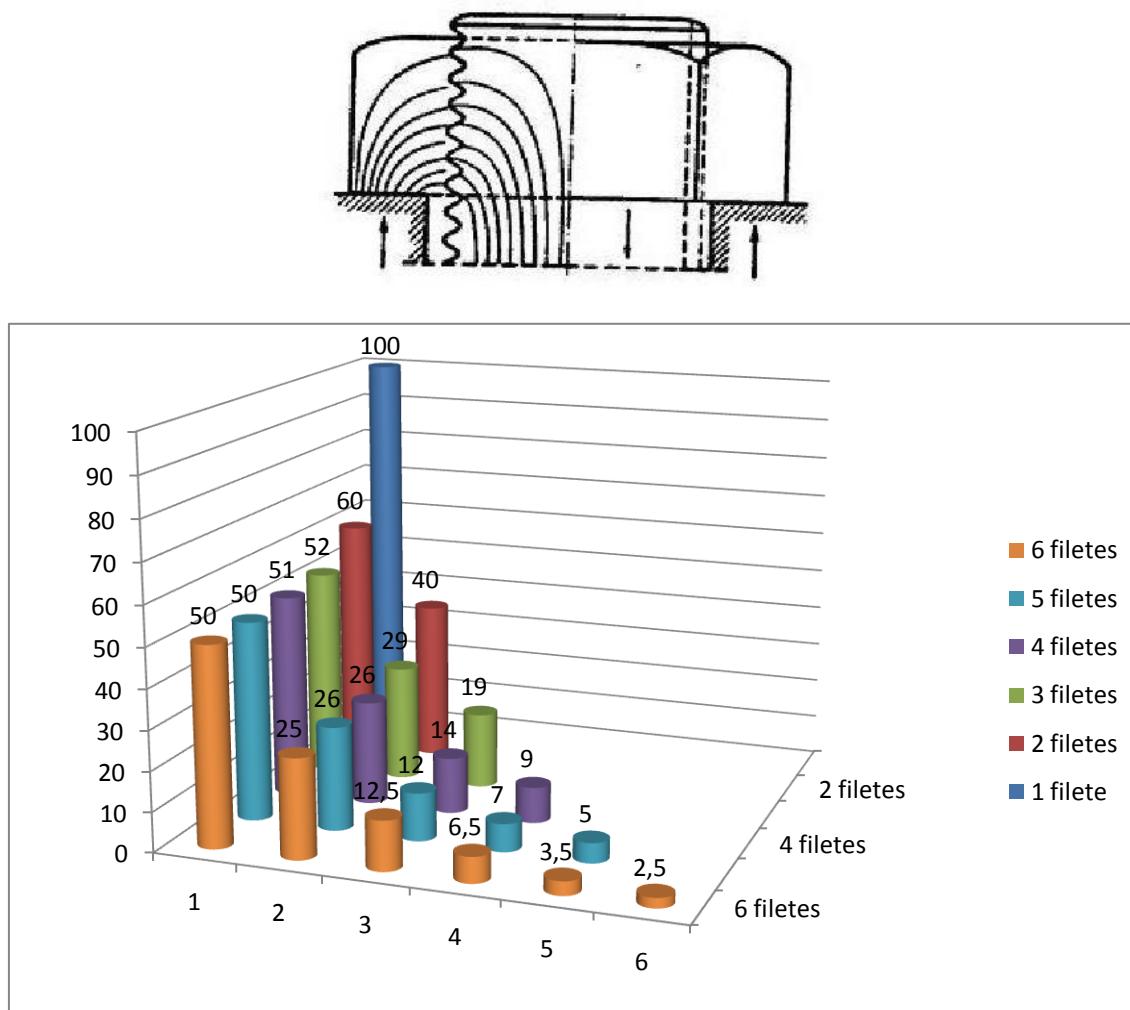


Figura 11: Distribución de carga para distintos número de filetes

En la Figura 11 se muestra una distribución de carga entre los filetes de rosca para una tuerca con distinto número de filetes. Esta distribución irregular es debida a que mediante las fuerzas el tornillo (sometido a tracción) se alarga, sin embargo la tuerca se acorta (compresión), por lo que el paso de rosca se hace distinto uno de otro. Por esta razón tienden a cargarse únicamente los primeros filetes.

Esta irregular distribución tiene una gran importancia en el caso de cargas variables. Pero, cuando las cargas son estáticas su influencia es mucho menor, ya que la deformación plástica de los primeros filetes, hace que el resto de ellos adquieran más carga, con lo que se uniformiza más la distribución.

Además de la comprobación de las tensiones en la caña, debe estudiarse también el posible daño de la rosca en la parte de la unión, debido al desgaste producido por la presión entre filetes del tronillo y la tuerca o debido a la tensión cortante en la raíz de los filetes.

En el caso de los tornillos de fijación normalizadas no hay que realizar ninguna comprobación por estar indicadas en las normas las tensiones que pueden soportar mediante la carga de prueba. Esta carga de prueba es la carga máxima que pueden soportar los tornillos sin sufrir deformación permanente (prácticamente). En las mismas normas también se indican los distintos materiales de que deben estar hechos los tornillos, estando estos clasificados por clases de resistencia. Cada una de estas clases corresponde a una resistencia del material, indicándose también la clase de resistencia que debe tener la tuerca unida al tornillo correspondiente.

En las tablas 3, 4 y 5 se muestran las clases de resistencia normalizadas que fueron creadas por la norma DIN para los tornillos y tuercas y posteriormente adoptadas por la norma ISO. Las tablas 6 y 7 muestran las clases de resistencia de las tuercas que deben acoplarse con las distintas clases de tornillos.

El dimensionado de la unión debe hacerse teniendo en cuenta la resistencia del tornillo que es el elemento más débil, si la tuerca se selecciona de acuerdo con la tabla 8.

Las denominaciones de las clases de resistencia se hacen en función de las características del material del tornillo o tuerca. Así el número que se indica antes del punto (por ejemplo el 5 para la clase 5.6), indican el 1/100 de la resistencia a la tracción nominal $R_{m,nom}$, en megapascales (véase el número 1 de la Tabla 3), y la cifra situada detrás del punto (.6 en el ejemplo anterior) indica 10 veces la relación entre el valor nominal del límite elástico (límite elástico inferior), $R_{el,nom}$, o el valor nominal del límite elástico convencional al 0,2%, $R_{p0,2,nom}$, o el valor nominal del límite elástico convencional al 0,0048 d, $R_{pf,nom}$ (véanse los números 2 a 4 de la Tabla 3), y el valor nominal de la resistencia a la tracción, $R_{m,nom}$, tal y como se especifica en la Tabla 2 (relación del límite elástico).

Número a la derecha del punto	.6	.8	.9
$\frac{R_{el,nom}}{R_{m,nom}}$ o $\frac{R_{p0,2,nom}}{R_{m,nom}}$ o $\frac{R_{pf,nom}}{R_{m,nom}}$	0,6	0,8	0,9

Tabla 2: Relación entre el valor nominal del límite elástico y el valor de la resistencia a la tracción (ISO 898-1)

Ejemplo: Un elemento de fijación de valor nominal de resistencia a la tracción $R_{m,nom} = 800 \text{ MPa}$ y con una relación del límite elástico de 0,8 tiene la designación de clase de calidad 8.8.

Nº	Característica mecánica o física	Clase de calidad										
		4.6	4.8	5.6	5.8	6.8	8.8		9.8	10.9	12.9/ 12.9	
							$d \leq 16$ mm ^a	$d > 16$ mm ^b	$d \leq 16$ mm			
1	Resistencia a la tracción, R_m , MPa	nom. ^c	400		500		600		800		900 1 000 1 200	
		mín.	400	420	500	520	600	800	830	900	1 040 1 220	
2	Límite elástico inferior, R_{el} , MPa	nom. ^c	240	—	300	—	—	—	—	—	—	
		mín.	240	—	300	—	—	—	—	—	—	
3	Límite elástico convencional al 0,2% $R_{p0,2}$, MPa	nom. ^c	—	—	—	—	—	640	640	720	900 1 080	
		mín.	—	—	—	—	—	640	660	720	940 1 100	
4	Límite elástico convencional al 0,0048 d para elementos de fijación enteros, R_{pf} , MPa	nom. ^c	—	320	—	400	480	—	—	—	—	
		mín.	—	340 ^e	—	420 ^e	480 ^e	—	—	—	—	
5	Tensión bajo carga de prueba, S_p^f , MPa	nom.	225	310	280	380	440	580	600	650	830 970	
	Relación de la tensión $S_{p,non}/R_{el, min.}^o$ $S_{p,non}/R_{p0,2, min.}^o$ $S_{p,non}/R_{pf, min.}$		0,94	0,91	0,93	0,90	0,92	0,91	0,91	0,90	0,88 0,88	
6	Alargamiento porcentual después de la rotura para probetas mecanizadas, A , %	mín.	22	—	20	—	—	12	12	10	9 8	
7	Reducción porcentual de la sección después de la rotura para probetas mecanizadas, Z , %	mín.				—			52	48	48 44	
8	Alargamiento después de la rotura para elementos de fijación enteros, A_f (véase también el anexo C)	min.	—	0,24	—	0,22	0,20	—	—	—	—	
9	Solidez de la cabeza		Sin rotura									
10	Dureza Vickers, HV $F \geq 98$ N	mín.	120	130	155	160	190	250	255	290	320	385
		máx.	220 ^g				250	320	335	360	380	435
11	Dureza Brinell, HBW	mín.	114	124	147	152	181	238	242	276	304	366
12	Dureza Rockwell, HRB	mín.	67	71	79	82	89			—		
		máx.	95,0 ^g			99,5				—		
	Dureza de Rockwell, HRC	mín.	—				22	23	28	32	39	
		máx.	—				32	34	37	39	44	
13	Dureza superficial, HV 0,3	máx.	—				h		h,i	h,j		
14	Altura de la zona no descarburada de la zona roscada, E , mm	mín.	—				$\frac{1}{2}H_1$		$\frac{3}{4}H_1$	$\frac{3}{4}H_1$		
	Profundidad de la descarburación competa de la rosca, G , mm	máx.	—				0,015					
15	Reducción de la dureza después del segundo revenido, HV	máx.	—				20					
16	Par de rotura, M_B , N·m	mín.	—				de acuerdo con la Norma ISO 898-7					
17	Resistencia al impacto, $K_V^{k,1}$, J	mín.	—	27	—	—	27	27	27	27	^m	
18	Integridad de la superficie de acuerdo con		ISO 6157-1 ⁿ							ISO 6157-3		

^a Estos valores no se aplican para los elementos de fijación estructurales.
^b Para los elementos de fijación estructurales, $d \geq M12$.
^c Los valores nominales se especifican sólo para el sistema de designación de las clases de calidad. Véase el capítulo 5.
^d En los casos en que el límite elástico inferior R_{el} no se pueda determinar, se permite medir el límite elástico convencional al 0,2%, $R_{p0,2}$.
^e Para las clases de calidad 4.8, 5.8 y 6.8 los valores de $R_{pf, min.}$ se están investigando actualmente. Los valores dados se facilitan únicamente para calcular la relación de la tensión bajo carga de prueba. No son valores de ensayo.
^f Las cargas de prueba se especifican en las tablas 5 y 7.
^g La dureza del extremo del elemento de fijación debe de ser como máximo de 250 HV, 238 HB o 99,5 HRB.
^h La dureza superficial no debe ser mayor que 30 puntos Vickers por encima de la dureza medida del núcleo central del producto, cuando ambas mediciones se realizan con HV 0,3.
ⁱ Cualquier aumento de la dureza superficial que indique que ésta supera los 390 HV es inaceptable.
^j Cualquier aumento de la dureza superficial que indique que ésta supera los 435 HV es inaceptable.
^k Valores determinados a una temperatura de ensayo de -20 °C, véase el apartado 9.14.
^l Se aplica a $d \geq 16$ mm.
^m El valor de K_V se está investigando.
ⁿ Se puede aplicar la Norma ISO 6157-3 en lugar de la Norma ISO 6157-1, si así lo acuerdan el fabricante y el comprador.

Tabla 3: Características mecánicas y físicas de los pernos, tornillos y bulones (ISO 898-1)

Rosca ^a <i>d</i>	Área de esfuerzo nominal $A_{s,nom}$ mm^2	Clase de calidad								
		4.6	4.8	5.6	5.8	6.8	8.8	9.8	10.9	12.9/12.9
Carga de prueba, $F_p (A_{s,nom} \times S_{p,nom})$, N										
M3	5,03	1 130	1 560	1 410	1 910	2 210	2 920	3 270	4 180	4 880
M3,5	6,78	1 530	2 100	1 900	2 580	2 980	3 940	4 410	5 630	6 580
M4	8,78	1 980	2 720	2 460	3 340	3 860	5 100	5 710	7 290	8 520
M5	14,2	3 200	4 400	3 980	5 400	6 250	8 230	9 230	11 800	13 800
M6	20,1	4 520	6 230	5 630	7 640	8 840	11 600	13 100	16 700	19 500
M7	28,9	6 500	8 960	8 090	11 000	12 700	16 800	18 800	24 000	28 000
M8	36,6	8 240 ^c	11 400	10 200 ^c	13 900	16 100	21 200 ^c	23 800	30 400 ^c	35 500
M10	58	13 000 ^c	18 000	16 200 ^c	22 000	25 500	33 700 ^c	37 700	48 100 ^c	56 300
M12	84,3	19 000	26 100	23 600	32 000	37 100	48 900 ^d	54 800	70 000	81 800
M14	115	25 900	35 600	32 200	43 700	50 600	66 700 ^d	74 800	95 500	112 000
M16	157	35 300	48 700	44 000	59 700	69 100	91 000 ^d	102 000	130 000	152 000
M18	192	43 200	59 500	53 800	73 000	84 500	115 000	—	159 000	186 000
M20	245	55 100	76 000	68 600	93 100	108 000	147 000	—	203 000	238 000
M22	303	68 200	93 900	84 800	115 000	133 000	182 000	—	252 000	294 000
M24	353	79 400	109 000	98 800	134 000	155 000	212 000	—	293 000	342 000
M27	459	103 000	142 000	128 000	174 000	202 000	275 000	—	381 000	445 000
M30	561	126 000	174 000	157 000	213 000	247 000	337 000	—	466 000	544 000
M33	694	156 000	215 000	194 000	264 000	305 000	416 000	—	576 000	673 000
M36	817	184 000	253 000	229 000	310 000	359 000	490 000	—	678 000	792 000
M39	976	220 000	303 000	273 000	371 000	429 000	586 000	—	810 000	947 000

^a Cuando en una designación de rosca no se indica el paso de la misma, se especifica el paso grueso.
^b Para calcular $A_{s,nom}$, véase el apartado 9.1.6.1.
^c Para elementos de fijación con tolerancia en la rosca 6az de acuerdo con la Norma ISO 965-4 sometidos a galvanización en caliente, se aplican valores más reducidos, de acuerdo con la norma ISO 10684:2004, véase el anexo A.
^d Para los elementos de fijación estructurales, 50 700 N (para M12), 68 800 N (para M14) y 94 500 N (para M16).

Tabla 4: Cargas de prueba para tornillos. Rosca métrica ISO de paso grueso (ISO 898-1)

Rosca ^a <i>d × P</i>	Área de esfuerzo nominal $A_{s,nom}$ mm^2	Clase de calidad								
		4.6	4.8	5.6	5.8	6.8	8.8	9.8	10.9	12.9/12.9
Carga de prueba, $F_p (A_{s,nom} \times S_{p,nom})$, N										
M8 × 1	39,2	8 820	12 200	11 000	14 900	17 200	22 700	25 500	32 500	38 000
M10 × 1,25	61,2	13 800	19 000	17 100	23 300	26 900	35 500	39 800	50 800	59 400
M10 × 1	64,5	14 500	20 000	18 100	24 500	28 400	37 400	41 900	53 500	62 700
M12 × 1,5	88,1	19 800	27 300	24 700	33 500	38 800	51 100	57 300	73 100	85 500
M12 × 1,25	92,1	20 700	28 600	25 800	35 000	40 500	53 400	59 900	76 400	89 300
M14 × 1,5	125	28 100	38 800	35 000	47 500	55 000	72 500	81 200	104 000	121 000
M16 × 1,5	167	37 600	51 800	46 800	63 500	73 500	96 900	109 000	139 000	162 000
M18 × 1,5	216	48 600	67 000	60 500	82 100	95 000	130 000	—	179 000	210 000
M20 × 1,5	272	61 200	84 300	76 200	103 000	120 000	163 000	—	226 000	264 000
M22 × 1,5	333	74 900	103 000	93 200	126 000	146 000	200 000	—	276 000	323 000
M24 × 2	384	86 400	119 000	108 000	146 000	169 000	230 000	—	319 000	372 000
M27 × 2	496	112 000	154 000	139 000	188 000	218 000	298 000	—	412 000	481 000
M30 × 2	621	140 000	192 000	174 000	236 000	273 000	373 000	—	515 000	602 000
M33 × 2	761	171 000	236 000	213 000	289 000	335 000	457 000	—	632 000	738 000
M36 × 3	865	195 000	268 000	242 000	329 000	381 000	519 000	—	718 000	839 000
M39 × 3	1 030	232 000	319 000	288 000	391 000	453 000	618 000	—	855 000	999 000

^a Para calcular $A_{s,nom}$, véase 9.1.6.1.

Tabla 5: Cargas de prueba para tornillos. Rosca métrica ISO de paso fino (ISO 898-1)

Rosca	Paso de rosca	Sección resistente nominal del mandril	Clase de calidad										
			04	05	4	5	6	8	9	10	12		
			A_s	Carga de prueba ($A_s \times S_p$)									
		mm	mm ²			tipo 1	tipo 1	tipo 1	tipo 1	tipo 2	tipo 1	tipo 1	
M3	0,5	5,03	1 910	2 500	—	2 600	3 000	4 000	—	4 500	5 200	5 700	5 800
M3,5	0,6	6,78	2 580	3 400	—	3 550	4 050	5 400	—	6 100	7 050	7 700	7 800
M4	0,7	8,78	3 340	4 400	—	4 550	5 250	7 000	—	7 900	9 150	10 000	10 100
M5	0,8	14,2	5 400	7 100	—	8 250	9 500	12 140	—	13 000	14 800	16 200	16 300
M6	1	20,1	7 640	10 000	—	11 700	13 500	17 200	—	18 400	20 900	22 900	23 100
M7	1	28,9	11 000	14 500	—	16 800	19 400	24 700	—	26 400	30 100	32 900	33 200
M8	1,25	36,6	13 900	18 300	—	21 600	24 900	31 800	—	34 400	38 100	41 700	42 500
M10	1,5	58	22 000	29 000	—	34 200	39 400	50 500	—	54 500	60 300	66 100	67 300
M12	1,75	84,3	32 000	42 200	—	51 400	59 000	74 200	—	80 100	88 500	98 600	100 300
M14	2	115	43 700	57 500	—	70 200	80 500	101 200	—	109 300	120 800	134 600	136 900
M16	2	157	59 700	78 500	—	95 800	109 900	138 200	—	149 200	164 900	183 700	186 800
M18	2,5	192	73 000	96 000	97 900	121 000	138 200	176 600	170 900	176 600	203 500	—	230 400
M20	2,5	245	93 100	122 500	125 000	154 400	176 400	225 400	218 100	225 400	259 700	—	294 000
M22	2,5	303	115 100	151 500	154 500	190 900	218 200	278 800	269 700	278 800	321 200	—	363 600
M24	3	353	134 100	176 500	180 000	222 400	254 200	324 800	314 200	324 800	374 200	—	423 600
M27	3	459	174 400	229 500	234 100	289 200	330 500	422 300	408 500	422 300	486 500	—	550 800
M30	3,5	561	213 200	280 500	288 100	353 400	403 900	518 100	499 300	518 100	594 700	—	673 200
M33	3,5	694	263 700	347 000	353 900	437 200	499 700	638 500	617 700	638 500	735 600	—	832 800
M36	4	817	310 500	408 500	416 700	514 700	588 200	751 600	727 100	751 600	866 000	—	980 400
M39	4	976	370 900	488 000	497 800	614 900	702 700	897 900	868 600	897 900	1 036 000	—	1 171 000

Tabla 6: Cargas de prueba para tuercas. Rosca métrica ISO de paso grueso (ISO 898-2)

Rosca	d x P	Sección resistente nominal del mandril	Clases de calidad								
			04	05	5	6	8	10	12		
			A_s	Carga de prueba ($A_s \times S_p$)							
		mm ²			Tipo 1	Tipo 1	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 1	Tipo 2	
M8 x 1		39,2	14 900	19 600	27 000	30 200	37 400	34 900	43 100	41 400	47 000
M10 x 1		64,5	24 500	32 200	44 500	49 700	61 600	57 400	71 000	68 000	77 400
M10 x 1,25		61,2	23 300	30 600	44 200	47 100	58 400	54 500	67 300	64 600	73 400
M12 x 1,25		92,1	35 000	46 000	63 500	71 800	88 000	82 000	102 200	97 200	110 500
M12 x 1,5		88,1	33 500	44 000	60 800	68 700	84 100	78 400	97 800	92 900	105 700
M14 x 1,5		125	47 500	62 500	86 300	97 500	119 400	111 200	138 800	131 900	150 000
M16 x 1,5		167	63 500	83 500	115 200	130 300	159 500	148 600	185 400	176 200	200 400
M18 x 1,5		215	81 700	107 500	154 800	187 000	221 500	—	—	232 200	—
M18 x 2		204	77 500	102 000	146 900	177 500	210 100	—	—	220 300	—
M20 x 1,5		272	103 400	136 000	195 800	236 600	280 200	—	—	293 800	—
M20 x 2		258	98 000	129 000	185 800	224 500	265 700	—	—	278 600	—
M22 x 1,5		333	126 500	166 500	239 800	289 700	343 000	—	—	359 600	—
M22 x 2		318	120 800	159 000	229 000	276 700	327 500	—	—	343 400	—
M24 x 2		384	145 900	192 000	276 500	334 100	395 500	—	—	414 700	—
M27 x 2		496	188 500	248 000	351 100	431 500	510 900	—	—	535 700	—
M30 x 2		621	236 000	310 500	447 100	540 300	639 600	—	—	670 700	—
M33 x 2		761	289 200	380 500	547 900	662 100	783 800	—	—	821 900	—
M36 x 3		865	328 700	432 500	622 800	804 400	942 800	—	—	934 200	—
M39 x 3		1 030	391 400	515 000	741 600	957 900	1 123 000	—	—	1 112 000	—

Tabla 7: Cargas de prueba para tuercas. Rosca métrica ISO de paso fino (ISO 898-6)

Clase de calidad de la tuerca	Pernos a juego		Tuercas	
	Clase de calidad	Rango de diámetros	Tipo 1	Tipo 2
4	3.6; 4.6; 4.8	>M16	>M16	—
5	3.6; 4.6; 4.8	≤M16	≤M39	—
	5.6; 5.8;	≤M39		
6	6.8	≤M39	≤M39	—
8	8.8	≤M39	≤M39	>M16 ≤M39
9	9.8	≤M16	—	≤M16
10	10.9	≤M39	≤M39	—
12	12.9	≤M39	≤M16	≤M39

NOTA – En general, las tuercas de clase de calidad superior pueden reemplazar a las tuercas de clase de calidad inferior. Esto es aconsejable para un montaje perno-tuerca que se someta a un esfuerzo mayor que el límite elástico aparente o el esfuerzo de la carga de prueba.

Tabla 8: Sistema de designación para tuercas con alturas nominales $\geq 0.8D$ (ISO 898-2)

En los casos de empleo de elementos normalizados, sometidos a cargas estáticas, cada tornillo puede apretarse de forma que soporte una tensión entre el 75 y el 90 % de la tensión de prueba.

En el caso de tornillos sin normalizar debe comprobarse que no se va a producir fallos por ninguna de las causas indicadas anteriormente. Si está sometido a un esfuerzo de tracción F , la comprobación de resistencia de la caña, se hará partiendo de una sección resistente algo mayor que la del núcleo, ya que los filetes tienen cierto efecto resistente. Esta sección (A_s) suele tomarse igual a la de un cilindro de diámetro igual a:

$$d_a = \frac{d_1 + d_2}{2} \quad (17)$$

Donde d_1 es el diámetro del núcleo, y d_2 es el diámetro medio de la rosca.

De acuerdo con esto, debe cumplirse que:

$$\frac{F}{A_s} \leq \sigma_{adm}$$

donde σ_{adm} será un valor $0.6 \div 0.8$ del límite elástico. Si el tornillo está sometido a la fuerza F debido a un par de apriete aplicado, durante el apriete estará sometido a la fuerza axial F y a un par torsor T como el expresado por la ecuación (9), que producirá una tensión cortante:

$$\tau = \frac{T}{W_t} = \frac{16 T}{\pi d_a^3} \quad (19)$$

Con lo que la tensión equivalente para el diseño puede ser:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\left(\frac{F}{A_s}\right)^2 + 3\left(\frac{T}{W_t}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{F}{A_s}\right)^2 + 3\left(\frac{16 T}{\pi d_a^3}\right)^2} \quad (20)$$

que deberá ser menor de σ_{adm} .

Teniendo en cuenta que una vez apretado, el par T puede desaparecer bien porque se dé un pequeño giro en sentido contrario para eliminarlo o porque el rozamiento entre la cabeza y la superficie de la pieza lo permita, en muchos casos puede no considerarse el efecto del par torsor cuya influencia será únicamente durante el apriete, instante en que puede llegarse al límite elástico sin excesivo problema. Si el par persiste después del apriete, su influencia debe considerarse ya que, en tornillos normalizado, considerando $\mu = 0,15$, el valor de σ_{eq} puede ser aproximadamente $1.25 F/A_s$. Estos mismos efectos deben considerarse en el caso de tornillos normalizados, donde se ha indicado que F/A_s puede llegar hasta el 70-90% de la tensión de prueba.

La comprobación de la rosca a cortante se realiza determinando las tensiones en la raíz de los filetes. Considerando una distribución uniforme de carga, la tensión en la rosca del tornillo puede expresarse:

$$\tau_1 = \frac{F}{\pi d_1 H K} \quad (21)$$

y en la tuerca:

$$\tau_2 = \frac{F}{\pi d H K} \quad (22)$$

Donde H es la altura roscada y K es la proporción de dicha altura que corresponde a la raíz del filete (Figura 12). Además deberá considerarse otro coeficiente que tendrá en cuenta la no uniformidad de la distribución de fuerzas entre los filetes. Coeficiente K_m que es aproximadamente 0,55 y que irá en el denominador de las ecuaciones anteriores. Dicho coeficiente puede ser mayor si se adoptan medidas para mejorar la distribución de fuerzas entre los filetes.

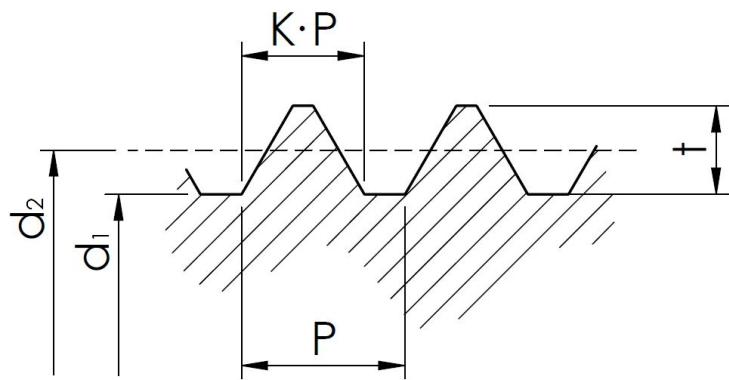


Figura 12: Raíz del filete en el paso de rosca

De la misma forma puede comprobarse la presión superficial, que puede expresarse (considerando uniformemente distribuida) (ver Figura 12):

$$\sigma_c = \frac{F}{\frac{H}{p} \pi d_2 t} \quad (23)$$

Cuyo valor en la rosca métrica es aproximadamente 0,32 de la tensión a que está sometido el tornillo por efecto de la fuerza F . El valor real será mayor debido a la no uniformidad de distribución de la fuerza entre los filetes.

En el caso de tornillos de transmisión de fuerzas, la comprobación de resistencia del tornillo a los efectos de la fuerza de tracción y del par torsor se hace de igual forma que se ha indicado antes, pero considerando como sección resistente la sección del núcleo. Es decir:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\left(\frac{F}{A}\right)^2 + 3 \left(\frac{16 T}{\pi d_1^3}\right)^2} \quad (24)$$

Debido a la importancia de la concentración de tensiones debe usarse un coeficiente de 3 a 4, es decir σ_{eq} debe ser 1/3 o 1/4 del límite elástico del material.

Para la comprobación a fuerzas de compresión, si el tornillo es suficientemente largo, debe comprobarse a pandeo de igual forma que se hace con cualquier viga sometida a compresión. En este caso, el coeficiente de seguridad a emplear no tiene en cuenta las concentraciones de tensión (por no ser importante su efecto en compresión). En cualquier caso habrá que aplicar un coeficiente de seguridad a pandeo que puede oscilar entre 2.5 y 4, que dependerá de la exactitud de los cálculos y del conocimiento exacto de las fuerzas que se pueden producir.

Una comprobación muy importante que debe hacerse en este tipo de tornillos es la presión superficial a que están sometidos los filetes, ya que el desgaste es el principal fallo de estos elementos. El número de filetes que componen la rosca se elegirá con objeto de conseguir que la presión no pase unos límites determinados. Para el cálculo del número de filetes, se supone en muchos casos una distribución uniforme de la fuerza entre ellas, pero se limita la presión máxima de acuerdo con unas recomendaciones, en función de la velocidad lineal del deslizamiento, y de los materiales en contacto. En la Tabla 9 se indican algunos de estos valores recomendados de p .

Tornillo	Tuerca	Presión de contacto segura (psi)	Rango de velocidad (fpm)
Acero	Bronce	2500-3500	Baja velocidad
	Bronce	1600-2500	<10
Acero	Hierro fundido	1800-2500	<8
	Bronce	800-1400	20-40
Acero	Hierro fundido	600-1000	20-40
Acero	Bronce	150-240	≥50

Tabla 9: Presión de contacto segura para cierto rango de velocidad

El número de hilos de la rosca se determinará por tanto:

$$N = \frac{F}{\frac{\pi}{4}(d^2 - d_1^2)p} \quad (25)$$

En cualquier caso debe intentarse que la distribución de presiones en los distintos hilos sea lo más uniforme posible.

La comprobación de resistencia a cortante de los hilos de rosca no suele ser necesario por ser más restrictiva la limitación de la presión superficial. Si esta comprobación fuera necesaria, puede hacerse de la misma forma que en los tornillos de fijación.

Con objeto de evitar el posible desgaste a que está sometido el collar de apoyo del tornillo sobre el soporte, debe limitarse la presión máxima entre las superficies de apoyo. Esta presión máxima admisible depende en gran medida de la velocidad relativa de las partes en contacto. Normalmente este valor se limita indicando un valor máximo permisible del producto $p \cdot v$, donde p es la presión media y v es la velocidad lineal en el diámetro medio de la zona de contacto. Un valor de $p \cdot v$ recomendado como máximo en muchas ocasiones es $40000 \text{ Kg/cm}\cdot\text{s}$. Este valor puede variar, principalmente depende de los materiales en contacto.

Finalmente, una comprobación muy importante que debe hacerse en este tipo de tornillos es a la rigidez. En tornillos que requieran una determinada precisión en la transmisión del movimiento debe comprobarse que las deformaciones axiles, debidas a la fuerza de tracción o compresión, de giro, debida al par torsor, y de flexión, debidas al peso o cualquier fuerza lateral, no excedan unas determinados valores que hagan perder precisión. Estos tres tipos de deformaciones pueden tener un efecto aditivo, de forma que sus efectos en cuanto a precisión se sumen, llegando a ser importante su influencia. Si las fuerzas laterales llegan a ser importantes por cualquier razón, habrá que incluir su efecto en las tensiones a que está sometido el tornillo para el cálculo de las dimensiones necesarias.

2.1.4 Comportamiento de uniones pretensadas antes fuerzas separadoras

La mayoría de las uniones atornilladas en las máquinas se realizan aplicando un tensado previo de los tornillos, de forma que los elementos queden sometidos a una tensión determinada, que impida que los elementos se separen cuando se aplique una fuerza de trabajo que tienda a separarlos. Esto es especialmente importante en los casos de uniones que deban mantener una estanqueidad. Se realizan también uniones con tensado previo cuando se desea impedir el deslizamiento entre elementos unidos. Deslizamiento que se impide debido a las fuerzas de rozamiento producidas por la tensión existente en las uniones que van a estar sometidas a cargas variables. También se aplica dicho tensado previo, debido a que se mejora la resistencia de los tornillos en fuerzas de este tipo.

En el caso de uniones sometidas a fuerzas de tracción, la tensión previa de los tornillos debe ser tal que impida la separación de las partes o que mantenga una presión mínima entre las partes unidas. Al mismo tiempo debe conseguirse que al aplicarse las fuerzas de trabajo, no aumente la tensión del tornillo, de forma que se llegue a la deformación permanente del mismo.

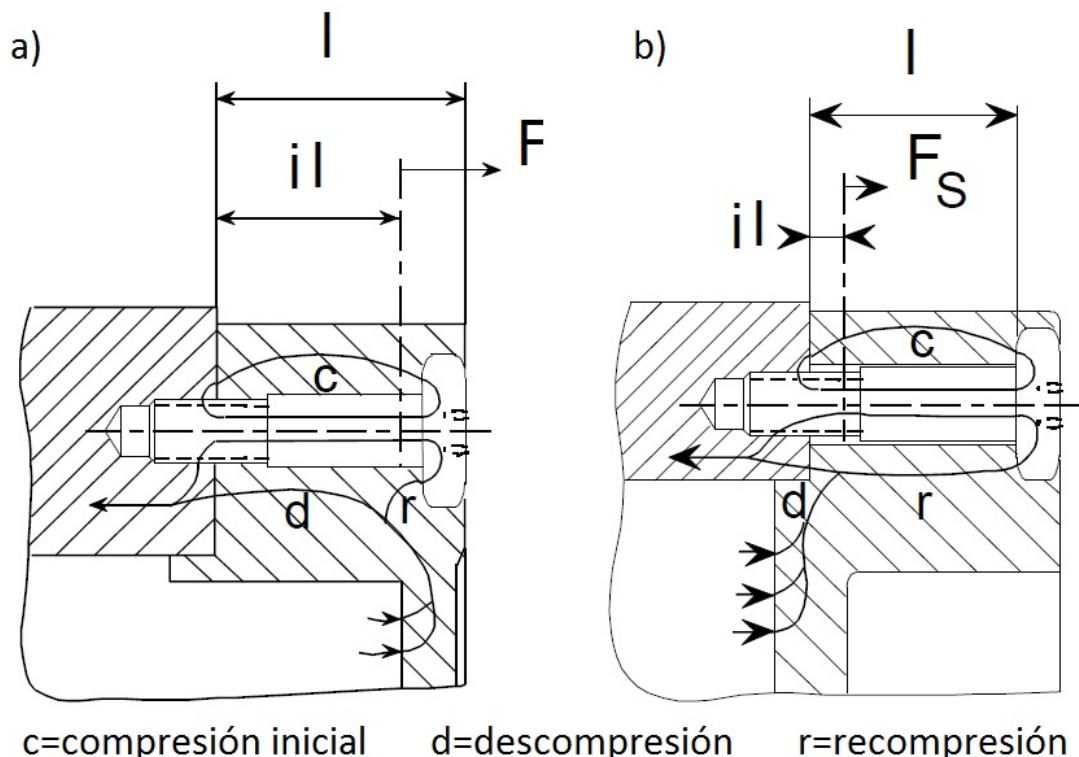


Figura 13: Distintas zonas de aplicación de la fuerza separadora

Un factor importante a considerar es la forma de aplicación de la carga de trabajo. Así, en la Figura 13 se muestran dos formas distintas de una tapa de un cilindro sometido a presión interna. En el caso a), debido a la distribución de las fuerzas, puede considerarse que esta se

aplica sobre la parte de la unión cercana a la cabeza del tornillo. En b) puede considerarse que se aplica la fuerza de trabajo en la zona de unión de las partes. Como se verá a continuación, los efectos serán distintos en uno y otro caso.

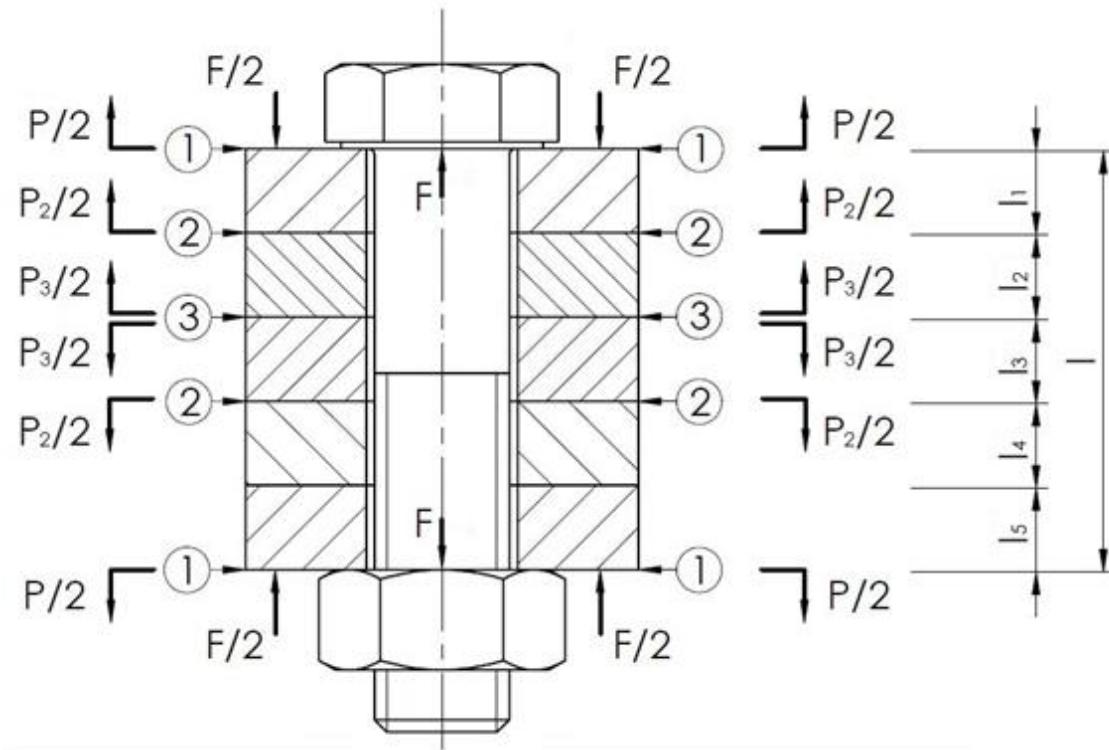


Figura 14: Tornillo con una serie de casquillos

Supongamos un tornillo que une una serie de casquillos, como se muestra en la Figura 14, y que está apretado de forma que está sometido a una fuerza de tracción F . Suponiendo que la fuerza del tornillo se ejerce sobre toda la sección de los casquillos (S), y que los módulos de elasticidad son E_1, E_2, E_3, E_4 y E_5 , se habrá producido una variación de longitud respecto a las longitudes iniciales l_i' :

$$\Delta l_i' = \frac{F \cdot l_i'}{S E_i} \quad (26)$$

Llamando

$$K_i = \frac{S_t E_i}{l_i'} \quad (27)$$

a la rigidez de cada casquillo y $K_t = \frac{S_t E_t}{l_t'}$ a la rigidez del tornillo:

Al apretar el tornillo se producirán unas variaciones de longitud de forma que l_t' pasará a l_t y $\sum l_i'$ a $\sum l_i$ donde

$$l_i = l_i - \Delta l_i' \quad (28)$$

y

$$\sum l_i = \sum l_i' - \sum \Delta l_i' = \sum l_i' - \frac{F}{K_c} \quad (29)$$

Siendo

$$\frac{1}{K_c} = \frac{1}{\sum K_i} \quad (30)$$

Si se aplica una fuerza adicional de tracción en las superficies [1] (P), los casquillos quedarán sometidos a una fuerza menor que F por lo que la se alargarán (al descomprimirse), mientras que el tornillo tendrá que alargarse también, de forma que aumenta su tensión. En cualquier caso, el aumento de longitud de los casquillos y del tornillo deben ser los mismos. Por tanto las fuerzas adicionales a que estarán sometidos los elementos serán tales que:

$$\begin{aligned} \Delta l_t &= \frac{P_t}{K_t} = \frac{P_c}{K_c} = \Delta l_c \\ P_t + P_c &= P \end{aligned} \quad (31)$$

Por tanto de (31) obtenemos

$$\begin{aligned} P_t &= \frac{K_t}{K_c + K_t} P \\ P_c &= \frac{K_c}{K_c + K_t} P \end{aligned} \quad (32)$$

Es decir el tornillo quedara sometido a una fuerza de tracción:

$$F_t = F + P_t \quad (33)$$

Y los casquillos a una de compresión:

$$F_c = F - P_c \quad (34)$$

Si en vez de aplicar la fuerza en la superficie [1] se aplica en la [3], el único efecto que se producirá será disminuir la presión entre las piezas 2 y 3 en una cantidad P_3 , pero tanto el tornillo como los casquillos seguirán sometidos a las mismas tensiones. Solo en caso de que P_3 sea mayor que F , dicha fuerza tendrá efecto en el tornillo. Si esto ocurre las superficies de las piezas 2 y 3 se separan y la tensión a que quedará sometido el tornillo será P_3 .

Si se aplica una fuerza P_2 en las superficies [2], tanto el tornillo como los casquillos 1, 4 y 5 estarán sometidos a una fuerza F' mientras que los casquillos 2 y 3 lo estarán a una menor que F . Igual que ocurría en el primer caso, el aumento de longitud de todos los casquillos debe ser igual al del tornillo. Por tanto:

$$\Delta l_t = \frac{P'_t}{K_t} = \sum \Delta l_i = \frac{P'_c}{K_{23}} - \frac{P'_t}{K_{145}} \quad (35)$$

$$P_2 = P'_t + P'_c$$

donde

$$\frac{1}{K_{23}} = \frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_3} \quad (36)$$

$$\frac{1}{K_{145}} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_4} + \frac{1}{K_5}$$

que puede expresarse:

$$P'_t \left(\frac{1}{K_t} + \frac{1}{K_{145}} \right) = \frac{P'_t}{K_{eq}} = \frac{P'_c}{K_{23}} \quad (37)$$

de donde:

$$P'_t = \frac{K_{eq}}{K_{eq} + K_{23}} P_2 \quad (38)$$

$$P'_c = \frac{K_{23}}{K_{eq} + K_{23}} P_2$$

es decir, la tensión del tornillo y los casquillos 1,4 y 5 aumentará una cantidad P'_t , de forma que quedará:

$$F' = F + \frac{K_{eq}}{K_{eq} + K_{23}} P_2 \quad (39)$$

Y la de los otros disminuirá, quedando

$$F'_{23} = F - \frac{K_{23}}{K_{eq} + K_{23}} P_2 \quad (40)$$

De acuerdo con lo indicado anteriormente, se comprueba que, en una unión pretensada, cuando se someten los elementos de la unión a una fuerza de separación P , la tensión del tornillo no aumenta en la misma cantidad, sino en menor proporción. El valor de este aumento vendrá influido por dos factores principalmente. Dependerá de la zona de la unión en que se aplican las fuerzas, de forma que mientras más cercana sea a la unión de los elementos, menor será el aumento de tensión en los tornillos. De acuerdo con esto, los tornillos de unión de la figura 12a estarán sujetos a mayores fuerzas que los de la figura 12b. Sin embargo la presión entre los elementos, una vez aplicada la carga, será mayor en el caso a que en el b. El aumento de tensión de los tornillos, también depende de la relación entre la rigidez de los elementos que disminuye esta. Al aumentar la rigidez de los tornillos aumenta la proporción de la carga que tiene que soportar este.

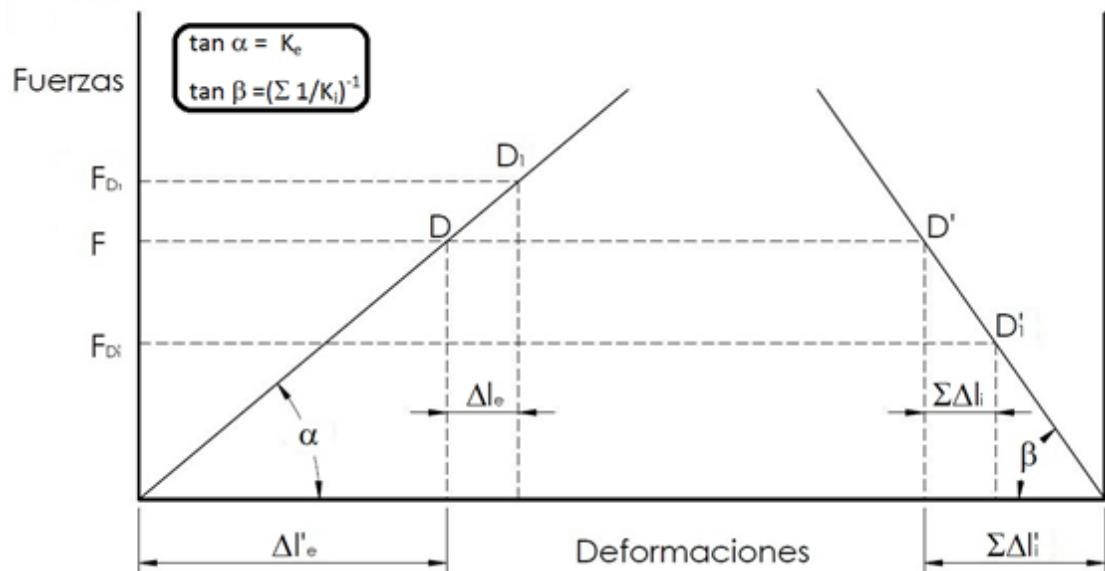


Figura 15: Diagrama Fuerza-deformación del tornillo y las piezas unidas

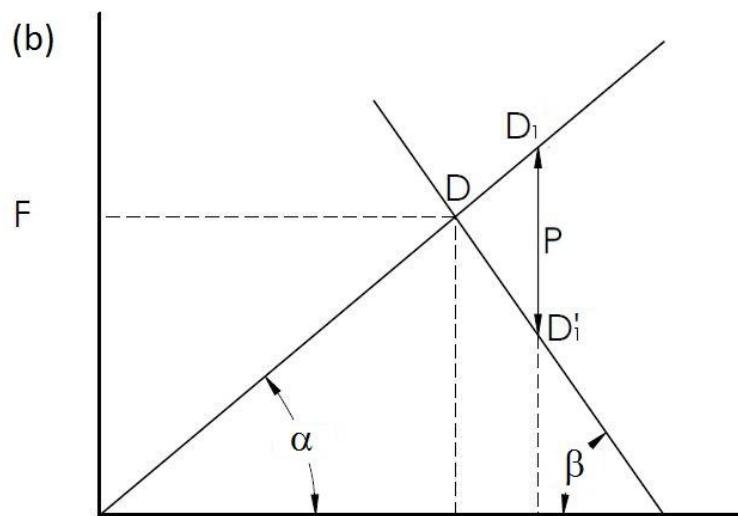


Figura 16: Diagrama Fuerza-deformación del conjunto

Las variaciones de tensiones en unos y otros elementos pueden verse gráficamente de una forma muy sencilla, como se muestra en la Figura 15. Representando las rigideces de unos y otros elementos cuando están sometidos a la tensión inicial, se habrán producido unos alargamientos $\Delta l'_e$ y $\sum \Delta l'_i$. Donde $\Delta l'_e$ es la suma de los acortamientos iniciales de los casquillos exteriores a las zonas de aplicación de las fuerzas adicionales y $\sum \Delta l'_i$ es la suma de los acortamientos iniciales de los elementos interiores. Cuando se aplica la fuerza P , se producen nuevas variaciones de longitud de forma que $\Delta l_e = \sum \Delta l_i$. Es decir los puntos D y D' se desplazan la misma cantidad hacia la derecha, hasta D_1 y D'_1 de forma que $F_{D_1} - F_{D'_1} = P$. Así pueden obtenerse fácilmente los puntos D_1 y D'_1 como se indica en la Figura 16. Trazando las rectas con pendiente $\tan \alpha$ y $\tan \beta$, que se cortan en el punto D , correspondiente

a F, los puntos D₁ y D'₁ se obtienen en la vertical del punto en que la distancia entre las rectas es igual a P.

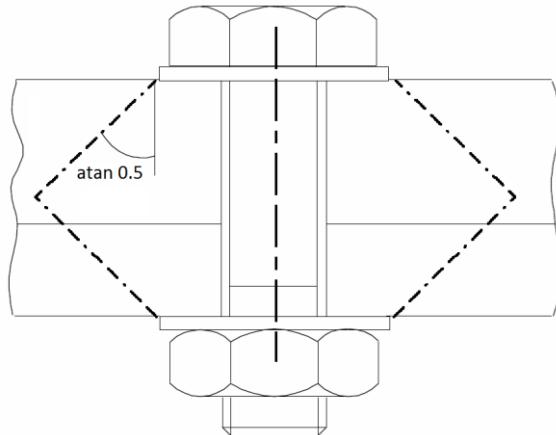


Figura 17: Distribución del esfuerzo en forma de cono

Hasta ahora se ha visto el caso teórico con un tornillo y unos casquillos, que se suponen con distribución uniforme de tensión. En la realidad, si se tienen dos piezas unidas, como en la Figura 17, no se conoce exactamente la distribución de tensiones en ambas, y por tanto su rigidez. Para determinar la rigidez se supone que los esfuerzos se transmiten por conos con ángulos $\alpha = \text{atan } 0.5$. La base menor del tronco de cono se supone igual a una corona cuyo diámetro exterior es igual a la distancia entre caras de la tuerca a la cabeza del tornillo. Para simplificar los cálculos de la rigidez, estos conos deformables se cambian por cilindros cuyo diámetro exterior es el diámetro exterior medio del cono, y como interior el del taladro.

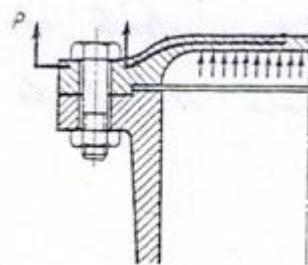


Figura 18: Fuerza separadora en una unión estanca

Todo lo indicado anteriormente tiene una gran importancia en el dimensionado a fatiga, y en el estudio de la tensión previa que deben tener uniones estancas sometidas a una determinada presión. Si se tiene un cilindro estanco que va a estar sometido a una presión que distribuida entre los tornillos hace que le corresponda a cada uno una fuerza P (Figura 18) y se quiere que la fuerza mínima sobre la junta sea una cantidad P', habrá que determinar el valor de P_c. El tornillo deberá ser tensado inicialmente a una fuerza F = P' + P_c, con objeto de que al aplicarse la presión p, quede una compresión remanente de la junta P'. Por otro lado, el dimensionado del tornillo se hará teniendo en cuenta que la máxima será F + P_t = P' + P.

Este apartado será de gran importancia para poder calcular teóricamente el comportamiento de la unión atornillada que se diseñará.

2.2 Teoría de extensometría

Para la realización de la parte experimental de la práctica, se necesita un método para la validación de los modelos teóricos y numéricos que se utilizarán en este proyecto. Para ello se medirán las deformaciones en el tornillo durante el apriete y tras la aplicación de la fuerza separadora a los casquillos mediante galgas extensométricas.

2.2.1 Fundamentos de extensometría

En la extensometría se busca una relación entre una magnitud ajena al problema del sólido deformable y la deformación del sólido, a través de un principio físico. Dependiendo del principio, los sistemas históricamente usados se pueden clasificar de la siguiente manera:

- Sistemas mecánicos.
- Sistemas acústicos.
- Sistemas ópticos.
- Sistema eléctricos:
 - o De capacitancia.
 - o De inductancia.
 - o De resistencia.

Los de más amplio uso, y sobre los que se utilizarán en este proyecto, son los sistemas eléctricos de resistencia. La extensometría óhmica relaciona la variación de la resistencia de un conductor adosado al sólido, con la deformación que está soportando dicho sólido.

Las bandas o galgas extensométricas se adosan sobre una superficie de manera que se hacen solidarias con ellas experimentando las mismas deformaciones. Evidentemente, el tamaño y rigidez de las bandas debe ser lo suficientemente pequeño para que no se vea alterado el comportamiento del sólido al que se adosan.

Además se produce una información puntual, cada galga da un valor de deformación en la dirección en la que esté orientada (aunque puede verse afectada por deformaciones en otra dirección), por lo que hay que ser selectivo eligiendo cuidadosamente el punto y la dirección donde se quiere medir la deformación.

El fundamento de las bandas de resistencia es la variación de la resistencia de un conductor cuando cambia su longitud. La expresión de la resistencia de un hilo circular antes de aplicar la carga es:

$$R = \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{L}{\pi r^2} \quad (41)$$

Donde la resistividad ρ es una propiedad del material de que está fabricado el cable.

Si el hilo y el sólido son solidarios, se experimentará un cambio en su longitud al aparecer un estado tensional, si bien también pueden variar la sección transversal y la resistividad:

$$\partial R = \partial \rho \frac{L}{A} + \rho \frac{\partial L}{A} - \rho \frac{L}{A^2} \partial A \stackrel{(41)}{\implies} \frac{\partial R}{R} = \frac{\partial \rho}{\rho} + \frac{\partial L}{L} - \frac{\partial A}{A} \quad (42)$$

y teniendo en cuenta que:

$$\partial A = 2\pi r \partial r \stackrel{A=\pi r^2}{\implies} \frac{\partial A}{A} = 2 \frac{\partial r}{r} \quad (43)$$

habiendo despreciado, coherentemente con el desarrollo anterior, el término ∂r^2 . Por tanto la ecuación (42) queda teniendo en cuenta (43):

$$\frac{\partial R}{R} = \frac{\partial \rho}{\rho} + \frac{\partial L}{L} - 2 \frac{\partial r}{r} \quad (44)$$

Admitiendo que el alargamiento y la contracción transversal quedan relacionados a través del coeficiente de Poisson (como si se tratara de un estado monodimesional de tensiones):

$$-\nu \frac{\partial L}{L} = \frac{\partial r}{r} \quad (45)$$

donde ν es el coeficiente de Poisson del hilo.

Por otro lado, Bridgman puso de manifiesto que el cambio unitario de resistividad era proporcional al cambio de volumen del conductor, siendo la constante de proporcionalidad c una característica del material:

$$\frac{\partial \rho}{\rho} = c \frac{\partial V}{V} = c \frac{\partial L \cdot A + \partial A \cdot L}{A \cdot L} = c \left(\frac{\partial L}{L} + \frac{\partial A}{A} \right) \quad (46)$$

Por lo que la variación de resistencia, sustituyendo las ecuaciones (45) y (46) en (44) quedaría:

$$\begin{aligned} \frac{\partial R}{R} &= (1 - 2\nu)c \frac{\partial L}{L} + \frac{\partial L}{L} - 2\nu \frac{\partial L}{L} = [(1 - 2\nu)c + (1 + 2\nu)] \frac{\partial L}{L} = K \frac{\partial L}{L} \Rightarrow \\ \frac{\Delta R}{R} &= K \varepsilon_a \quad (47) \end{aligned}$$

Estando por tanto ligada la variación de resistencia con la de longitud, de tal manera que la medida de aquella conduciría al conocimiento de ésta, dado que la constante que las relaciona es una característica del material, recibiendo el nombre de constante de sensibilidad del metal o aleación a la deformación.

Algunas variables asociadas al problema tienen limitados sus valores, por lo que la representación tan sencilla realizada con anterioridad no es de aplicación industrial. En efecto la resistencia a emplear debe ser lo suficientemente grande para que las pequeñas variaciones que sobre ella originarán las tensiones mecánicas en el sólido al que está adosada la banda, sean significativas frente a la resistencia del resto del circuito (cables y conexiones) debiendo ser al mismo tiempo medibles sin que se tenga que requerir una alta precisión de los equipos de medida. El circuito debe también ser diseñado para que al paso de la corriente no se genere calor que provocaría variaciones de temperatura que afectarían al valor de la resistividad, de tal manera que no se podría saber si la variación de la resistencia es debida a la deformación o

a la variación de temperatura. Las resistencias normalmente usadas son superiores a los 100 ohmios. Si se utilizara un cable de 0,0025 mm de diámetro con una resistencia de 1000 ohmios/metro, ello requeriría usar como banda extensométrica un cable de 10 cm de longitud. Debido a que las bandas tienen que ser de pequeño tamaño no podemos usar conexiones entre sólido y cable a través de una línea, que es lo que sucede en el hilo redondo, por lo que se utiliza bandas de lámina metálicas.

La sección del hilo utilizada en bandas de láminas de metal hace que éstas sean también sensibles a la deformación transversal. Con un desarrollo similar al del hilo redondo llegaremos a que la variación unitaria de resistencia de la lámina es:

$$\frac{\Delta R}{R} = k_a \varepsilon_a + k_t \varepsilon_t = k_a (\varepsilon_a + s_t \varepsilon_t) \quad (48)$$

siendo k_a la sensibilidad a deformación longitudinal y k_t la sensibilidad a deformación transversal, ambas dependen del material de la lámina ya que son función de la constante de Bridgman c y el coeficiente de Poisson ν . La variación unitaria de la resistencia también se suele expresar de la forma:

$$\frac{\Delta R}{R} = k_a (\varepsilon_a + s_t \varepsilon_t) \quad (49)$$

siendo $s_t = \frac{k_t}{k_a}$, de nuevo una constante del material con el que se construye la lámina.

La dependencia de las dos deformaciones complica la determinación de éstas, dado que con una banda extensométrica no se podría determinar ε_a y ε_t aunque se conocieran los valores de k_a y k_t o s_t .

De cualquier forma, en las bandas se da un único valor de sensibilidad K , al que se denomina factor de galga. El fabricante de la banda lo determina a través de un ensayo en el que se conoce el estado de tensiones y deformaciones del material. Un ensayo típico es el de una barra sometida a tracción:

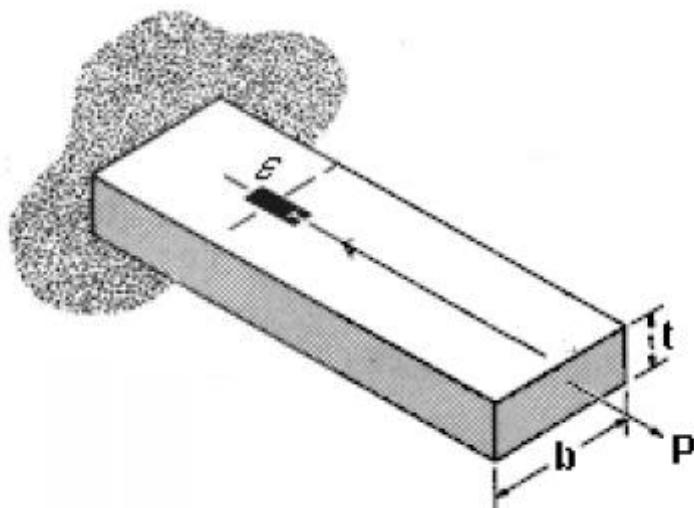


Figura 19: Banda adherida en la dirección de la carga

La banda se adhiere en la dirección de la carga sobre una cara paralela a dicha carga (Figura 19). El valor de la deformación que va a soportar la banda se conoce ya que existe una solución analítica del problema, es decir se conocen desplazamientos, deformaciones y tensiones en función de la carga que está actuando. Para este problema se cumple si la banda está suficientemente alejada de los extremos:

$$\sigma_t = 0 \Rightarrow \varepsilon_t = -\nu \varepsilon_a$$

Siendo ahora ν el coeficiente de Poisson del sólido tensionado. Por tanto, la variación unitaria de resistencia para este problema quedaría, aplicando (49):

$$\frac{\Delta R}{R} = k_a(\varepsilon_a - s_t \nu \varepsilon_a) = k_a(1 - \nu s_t) \varepsilon_a = K \varepsilon_a \quad (50)$$

Dado que la variación unitaria de resistencia se puede medir, el valor de la deformación es conocido para cualquier carga, puede determinarse el valor del factor de galga K , que se suministra como característica de la banda.

Ahora bien, la banda se utilizará en campos de deformaciones que no tienen que estar necesariamente asociados a campos unidireccionales de tensión. En tales casos, si se divide la variación unitaria de resistencia entre el factor de galga, lo que se está obteniendo es un valor aproximado de ε_a , al que denominaremos valor medio ε_a^m para diferenciarlo del real.

La relación correcta entre la variación unitaria de resistencia y el campo de deformaciones, para un campo no unidireccional de tensiones es, como se ha visto anteriormente:

$$\frac{\Delta R}{R} = k_a(\varepsilon_a + s_t \varepsilon_t) = \frac{K \varepsilon_a}{(1 - \nu s_t)} \left(1 + s_t \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_a}\right) \quad (51)$$

Luego la relación entre la deformación real y media será:

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta R / R}{K} \frac{1 - \nu s_t}{1 + s_t \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_a}} = \varepsilon_a^m \frac{1 - \nu s_t}{1 + s_t \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_a}} \quad (52)$$

Si se quiere estimar el error cometido al asignar a la deformación real el valor de la medida:

$$error = \frac{\varepsilon_a^m - \varepsilon_a}{\varepsilon_a} = \frac{s_t \left(\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_a} + \nu \right)}{1 - \nu s_t} \quad (53)$$

Si la banda está colocada en la dirección a , se pueden contemplar dos casos extremos del valor del error que estarán asociados a situaciones de tensión unidireccional en el sentido perpendicular a la banda respectivamente. Para el primer caso se cumplirá:

$$\sigma_t = 0 \quad \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_a} = -\nu$$

Por lo que el error será nulo (si ν para el material base es idéntico al del material usado por el fabricante para la calibración), lo que era de esperar dado que este caso extremo corresponde

justamente a la situación que el fabricante ha utilizado para calibrar la banda. Por el contrario, el segundo caso es el que producirá el máximo error. Así, en este caso:

$$\sigma_a = 0 \quad \varepsilon_a = -\nu \varepsilon_t$$

y el error será:

$$error = \frac{s_t \left(-\frac{1}{\nu} + \nu \right)}{1 - \nu s_t} \quad (54)$$

Para unos valores habituales de ν (0,3) y s_t (0,006) el error tomaría un valor pequeño (1,82 %).

En un estado tensional arbitrario, ε_a y ε_t pueden tomar valores cualesquiera, al ser variables independientes. Así, en situaciones en que ε_t sea mucho mayor que ε_a , el error puede llegar a ser muy grande (en el límite el error sería infinito para cualquier valor de ε_t si $\varepsilon_a = 0$, pero se estaría produciendo para un valor nulo de la deformación). Así, por ejemplo, para un caso $\varepsilon_a = 10^{-5}$ y $\varepsilon_t = 10^{-3}$, el error para una banda orientada según la dirección a sería (con los valores de ν y s_t anteriores) de un 60%, mientras que para una banda orientada según la dirección t sería de 0,18%.

Por consiguiente, los errores grandes sólo aparecen sobre deformaciones poco significativas (en relación al campo tensional total). En cualquier caso si se coloca una banda en una dirección y no se conoce cualitativamente el campo tensional, no se puede saber si el error con que se está midiendo es grande o pequeño. Por ello, es generalmente aconsejable, aunque sólo se esté interesado en la deformación en una dirección, el colocar una roseta para así poder evaluar el error que se está cometiendo. Además, disponer de dos medidas en direcciones perpendiculares, permite evaluar los valores reales de las deformaciones en esas dos direcciones. En efecto, si llamamos ε_1^m y ε_2^m a las deformaciones medidas por dos bandas extensométricas en direcciones perpendiculares:

$$\varepsilon_1^m = \frac{\Delta R / R}{K} \Bigg) \text{banda 1} \quad \varepsilon_2^m = \frac{\Delta R / R}{K} \Bigg) \text{banda 2}$$

las deformaciones reales ε_1 y ε_2 quedan relacionadas con las medidas a través, como se ha visto anteriormente, de:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1^m \frac{1 - \nu s_t}{1 + s_t \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_2^m \frac{1 - \nu s_t}{1 + s_t \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}$$

Por lo que de este sistema de dos ecuaciones pueden obtenerse los valores de ε_1 y ε_2 :

$$\varepsilon_1 = \frac{1 - \nu s_t}{1 + s_t^2} (\varepsilon_1^m - s_t \varepsilon_2^m) \quad \varepsilon_2 = \frac{1 - \nu s_t}{1 + s_t^2} (\varepsilon_2^m - s_t \varepsilon_1^m)$$

2.2.2 Aparatos de medida. El puente de Wheatstone

Se utilizan dos circuitos eléctricos, el potenciómetro y el puente de Wheatstone, para convertir la variación unitaria de resistencia que se produce en la banda en una señal de voltaje que puede ser registrada. A continuación describiremos este último.

El puente de Wheatstone consta de cuatro resistencias y una fuente de tensión V_s , con la disposición que se indica en la siguiente figura:

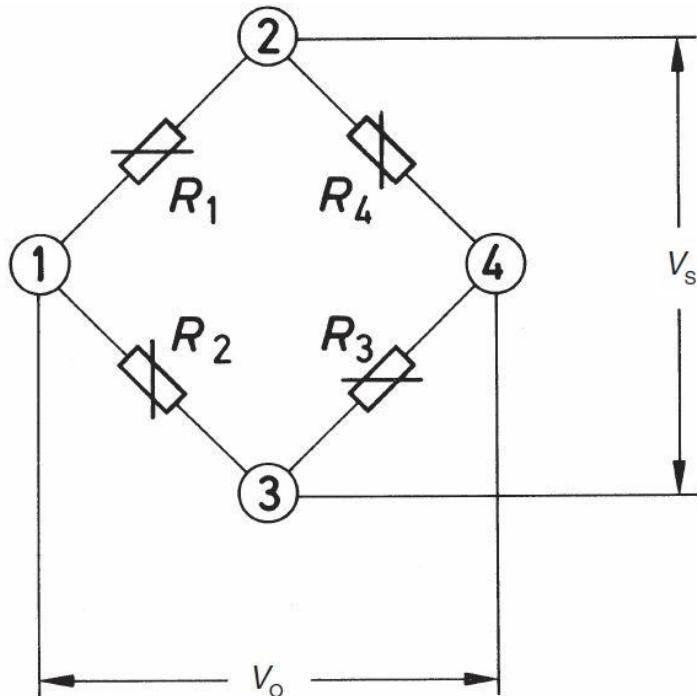


Figura 20: Puente de Wheatstone

La tensión de salida V_o , se mide entre los nodos 1 y 4 del circuito, y viene dado por la diferencia entre los voltajes de las resistencias R_1 y R_4 :

$$V_o = V_s \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right)$$

aunque suele expresarse de la siguiente manera:

$$V_o = V_s \frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{(R_1 + R_2) \cdot (R_3 + R_4)}$$

El puente está equilibrado, $V_o = 0$, si:

$$R_1 R_3 = R_2 R_4$$

Dado que al menos una resistencia indicadas en la disposición del puente corresponderá a una banda extensométrica, cuya resistencia inicial puede ser diferente (aunque fuera siempre la misma, la resistencia del circuito de conexión siempre variará de un montaje a otro), el puente

va dorado de un dispositivo para equilibrarlo inicialmente (normalmente el dispositivo consiste en una resistencia variable en paralelo entre 3-4 y 4-2).

Si una vez equilibrado, las resistencias del puente experimentan una variación, pasando a valer $R_1 + \Delta R_1$, $R_2 + \Delta R_2$, $R_3 + \Delta R_3$, $R_4 + \Delta R_4$, la diferencia de potencial entre los puntos 1 y 4 valdrá ahora:

$$V_o = V_s \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)^2} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right)$$

Por consiguiente, las variaciones en las resistencias afectan a la diferencia de potencial, cuya variación puede ser fácilmente medida. Las disposiciones más usualmente utilizadas son aquellas en que se utiliza una (montaje en cuarto de puente) o dos (montaje en medio puente) de las resistencias del puente.

En la práctica las resistencias $R_1 = R_2$, y las variaciones de resistencia en el metal de la galga son muy pequeñas, del orden de 10^{-3} . Por tanto, es normal el uso de la siguiente aproximación que proporciona resultados suficientemente precisos para las necesidades prácticas, en lugar de la ecuación anterior:

$$V_o = V_s \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right)$$

El montaje del cuarto de puente, si $R_1 = R_2$ y en el lugar de R_3 colocamos una banda, al aplicar las fuerzas sobre el sólido deformable solamente variará la resistencia R_3 , por lo que obtendremos la siguiente relación:

$$V_o = V_s \frac{1}{4} \frac{\Delta R_3}{R_3} = \frac{V_s}{4} K \varepsilon$$

Por lo que la deformación de la banda será:

$$\varepsilon = \frac{4V_o}{KV_s}$$

Si sustituimos dos bandas en lugar de dos resistencias del puente, el montaje obtenido se denomina de medio puente. Como se verá más adelante, se utilizará un montaje de medio puente para la realización de medidas.