Trabajo Fin de Grado
Ingeniería Civil

Puentes pórtico: tipología y comportamiento

Autor:
Pablo Martínez Noguera

Tutor:
Antonio Martínez de la Concha
Profesor titular

Dpto. Teoría de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla
Sevilla, 2018

RESUMEN

El presente trabajo estudia las diversas tipologías de puentes pórtico con el objetivo principal de contrastar y complementar las aportaciones incluidas en el capítulo 9 del libro *"Puentes: Apuntes para su diseño, cálculo y construcción"* de D. Javier Manterola Armisen como una de las más importantes referencias de esta tecnología.

Para ello, y en primer lugar, se revisa la historia de estos puentes, se clasifican las diferentes tipologías existentes, se relacionan con los criterios de aplicación más habituales y se analizan los distintos métodos constructivos que se utilizan normalmente para la construcción de los mismos.

Posteriormente, el trabajo profundiza en algunas tipologías con un análisis más cuantitativo y realizando estudios paramétricos que analizan el comportamiento de tres tipos diferentes de puentes pórtico: en primer lugar, uno con las pilas rectas, a continuación, con las pilas inclinadas y, por último, un puente pórtico de pilas inclinadas al que se le añaden dos vanos de compensación.

En cualquiera de los casos, el comportamiento global de la estructura está fundamentalmente relacionado con el momento flector de empotramiento que se genera en la unión entre la pila y el dintel, y se ha analizado su variación cuando se modifica la geometría, las condiciones del suelo o las cargas que se soportan.

Dichos resultados permiten extraer las conclusiones de este trabajo que cuantifican la influencia que ejercen las variables enumeradas en las diferentes tipologías. De los resultados obtenidos se pueden desarrollar criterios complementarios que amplían los apuntes de referencia.

ABSTRACT

This project studies in-depth the different existing typologies of frame bridges. The main goal of it is to somehow check and complement the contributions on this matter from D. Javier Manterola Armisen in his book *"Puentes: Apuntes para su diseño, cálculo y construcción". Chapter 9,* one of the top references in bridge engineering worldwide.

Firstly, there is a look back on the history of these bridges, we classify all of them into five categories, we talk about their practicality according to the characteristics basically restricted by the achievable geometry and finally we discuss on the different constructive methods that are commonly used to build them.

Later, this work deepens into some types of frame bridges through a rather quantitative analysis based on parametrical alterations of them. Three specific frames are analysed: the first one is a classic frame bridge with vertical piers, the second one is the same just differing in the inclination of the piers and the third one is a strut frame.

The global behaviour of the structure is strongly linked to the bending moment at the partially fixed union between deck and pier. We will explain how frame bridges act by looking at how this bending moment varies.

All the upcoming results will allow us to draw some conclusions concerning the structural behaviour of these peculiar bridges. From them we will be able to develop some sort of guidelines which will hopefully help us when it comes to considering one of these bridges as a solution of an engineering issue.

ÍNDICE

Agradecimientos **ix**

Resumen **xi**

Abstract **xiii**

Índice **xv**

Índice de Tablas **xviii**

Índice de Figuras **xx**

Notación **xxiv**

1 Generalidades sobre puentes pórtico **1**

1.1 Introducción *1*

Historia 1

Tipos 4

Ámbitos de aplicación 9

1.1.1 1.1.2 *1.2 Métodos constructivos* *12*

1.1.3 Puente pórtico simple de un vano de pequeña luz 12

Puente pórtico compuesto de pórticos simples. Luces medias y grandes 12

1.2.1 1.2.2 Puente pórtico simple de un vano de luz mediana 12

1.2.3 Strut frame bridges o puentes arco – pórtico 13

1.2.4 1.2.5 Resumen de las diferentes técnicas constructivas 15

2 Primer análisis: Influencia de la rigidez del suelo **17**

2.1 Descripción del modelo de referencia *17*

2.1.1 Método de cálculo e hipótesis consideradas 18

2.1.2 Obtención de los valores de los parámetros que D. Javier Manterola usó en sus cálculos. 20

2.1.3 Geometría 20

2.1.4 Materiales 21

2.1.5 Condiciones de contorno 21

2.1.6 Cargas 21

2.2 Validación del procedimiento de cálculo *21*

2.3 Resultados *25*

2.3.1 Aproximación global 25

2.3.2 Influencia de la rigidez del suelo. El parámetro h/L 27

2.3.3 Suelo infinitamente rígido 28

2.3.4 Suelo elástico 29

3 Segundo análisis: Influencia de la inclinación de las pilas **32**

3.1 Descripción del modelo y método de cálculo *32*

3.2 Valores de las variables *37*

3.3 Validación del procedimiento de cálculo *37*

3.4 Resultados *39*

3.4.1 Introducción 39

3.4.2 Análisis de resultados 39

4 Tercer análisis: Influencia de los vanos de compensación **46**

4.1 Descripción del modelo y método de cálculo *46*

4.2 Valores de las variables *49*

4.3 Validación del procedimiento de cálculo *49*
4.4 Resultados *51*

5. Conclusiones **60**

Referencias **62**

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1 Valores de los momentos de empotramiento para casos específicos, calculados a través de tres procedimientos distintos. 23

Tabla 3.1 Valores de los momentos de empotramiento para casos específicos, calculados a través de dos procedimientos distintos. 38

Tabla 4.1 Valores de los momentos de empotramiento para casos específicos, calculados a través de dos procedimientos distintos. 50

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 Puente Rivabellosa. Paso superior sobre la N-1, km 323, en el enlace a desnivel en Rivabellosa, Álava. 1

Figura 1.2 Puente de Bassano por Andrea Palladio en Bassano del Grappa (Italia) 2

Figura 1.3 "The original Asopos Viaduct. Picture taken in 1908". Puente de ferrocarril en Assopos. 3

Figura 1.4 "Ponte di Pinzano". Puente de Pinzano (Pinzano al Tagliamento, Italia) por S. Zorzi (1968). 3

Figura 1.5. "Pont de la libération/Esbly Bridge". Puente de Esbly por Eugene Freyssinet (1949). 4

Figura 1.6 Pórtico simple rectangular con ley de momentos flectores 5

Figura 1.7 Puente pórtico simple con canto variable en el dintel, esquinas chaflanadas y muros de un grosor mayor a menor partiendo desde el empotramiento 5

Figura 1.8 Variante al pórtico simple 6

Figura 1.9 Variante de la misma tipología que introduce articulaciones deslizantes a cuartos de la luz. 6

Figura 1.10 Strut frame bridge o puente pórtico de pilas inclinadas con vanos de compensación. 6

Figura 1.11 Construcción con pilas verticales temporales 7

Figura 1.12 Construcción con atirantamiento de pilas inclinadas 7

Figura 1.13 Puente pórtico con células triangulares 8

Figura 1.14 Pórtico con traslado de la reacción horizontal H a los estribos 8

Figura 1.15 Puente pórtico en Las Rozas proyectado por Carlos Fernández Casado S.L. 9

Figura 1.16 Puente del Infante Don Enrique (Oporto y Vila Nova de Gaia, Portugal) 9

Figura 1.17 Strut Frame salvando un río. "Truyere Bridge" (Loubaresse, France) 10

Figura 1.18 Strut Frame para una autovía en Salerno (Calabria, Italia). Salva un valle de gran dimensión 10

Figura 1.19 Strut Frame con prolongación en la derecha con puente básico de losa para salvar la luz total 11

Figura 1.20 Strut Frame con prolongación en la derecha con puente básico de losa para salvar la luz total 11

Figura 1.21 Puente pórtico con varios módulos básicos de células triangulares 11

Figura 1.22 Encofrado deslizante para la realización de dovelas in situ. Método constructivo: voladizos sucesivos 13

Figura 1.23 Método de construcción A gráficamente 13

Figura 1.24 Método de construcción B gráficamente 14

Figura 2.1 Paso inferior para ferrocarril en el que se emplea un puente pórtico 17

Figura 2.2 Modelo de pórtico a estudiar en este primer análisis 17

Figura 2.3 Modelo de pórtico una vez aplicada simetría 18

Figura 2.4 Modelo de pórtico. Tras simetría e hipótesis de deformaciones axiles nulas 19

Figura 2.5 Obtención de Memp vs h para distintos valores de km con la fórmula de Memp1 obtenida por nosotros analíticamente según el Método Directo de la Rigidez. 22

Figura 2.6 Memp vs h según D. Javier Manterola 22

Figura 2.7 Diagrama de momentos flectores de la mitad de un puente pórtico de pilas rectas (más las demás características comentadas en este apartado) para km=1962 kN/m 23

Figura 2.8 Diagrama de momentos flectores de la mitad de un puente pórtico de pilas rectas (más las demás características comentadas en este apartado) para km=19620 kN/m 24

Figura 2.9 Diagrama de momentos flectores de la mitad de un puente pórtico de pilas rectas (más las demás características comentadas en este apartado) en un suelo de rigidez infinita 24

Figura 2.10 Ley de momentos flectores de una viga biapoyada 25

Figura 2.11 Ley de momentos flectores de una viga perfectamente biempotrada 25

Figura 2.12 Deformada de una viga biapoyada 26

Figura 2.13 Deformada de una viga biempotrada 26

Figura 2.14 Suelo con rigidez infinita vs Suelo con rigidez finita. Memp vs h. (Estudio de D. Javier Manterola) 27

Figura 2.15 Tendencia a un comportamiento como biapoyado cuando el suelo no contiene con rigidez. ("Puentes: Apuntes para su diseño, cálculo y construcción" por Javier Manterola Armisen, Cap.9) 28

Figura 2.16 Comportamiento biempotrado cuando el suelo impide el desplazamiento horizontal de las pilas en la unión con este. ("Puentes: Apuntes para su diseño, cálculo y construcción" por Javier Manterola Armisen, Cap.9) 28

Figura 2.17 Memp2 vs h. (Estudio de D. Javier Manterola) 29

Figura 2.18 Memp2 vs Id. (Estudio de D. Javier Manterola) 29

Figura 2.19 Memp1 vs h para distintos valores de km. (Estudio de D. Javier Manterola) 30

Figura 3.1 Modelo de pórtico con pilas inclinadas 32

Figura 3.2 Modelo de pórtico una vez aplicada simetría 32

Figura 3.3 Diagrama de momentos flectores del puente pórtico de pilas inclinadas 60º (más las demás características comentadas en este apartado) para km=1962 kN/m 38

Figura 3.4 Diagrama de momentos flectores del puente pórtico de pilas inclinadas 60º (más las demás características comentadas en este apartado) para km=19620 kN/m 38

Figura 3.5 Diagrama de momentos flectores del puente pórtico de pilas inclinadas 60º (más las demás características comentadas en este apartado) en un suelo infinitamente rígido. 39

Figura 3.6 Memp vs α para distintos suelos con distintos valores de km 40

Figura 3.7 Memp vs km para un caso fijo de puente pórtico con las características expuestas en el apartado 3.2 con un ángulo de inclinación de pilas α=60º 41

Figura 3.8 Memp vs km para el caso anterior de pilas inclinadas (α=60º) y para el caso de pilas rectas analizado en el primer estudio 42

Figura 3.9 Memp vs h para tres casos de puentes con α=60º y suelos modelados con tres constantes elásticas diferentes 43

Figura 4.1 Puente pórtico tipo Strut Frame de la Autovía A-381 en Medina Sidonia (Cádiz, Andalucía, España) 46

Figura 4.2 Strut frame modelo en el que nos basaremos en este tercer análisis. Las variables involucradas en el problema se especifican en el gráfico. 46

Figura 4.3 Puente pórtico tras aplicación de simetría con grados de libertad enumerados y conectividades. 47

Figura 4.4 Diagrama de momentos flectores del strut frame de pilas inclinadas 60º (más las demás características comentadas en este apartado) para km=1962 kN/m 50

Figura 4.5 Diagrama de momentos flectores del strut frame de pilas inclinadas 60º (más las demás características comentadas en este apartado) para km=19620 kN/m 50

Figura 4.6 Diagrama de momentos flectores del strut frame de pilas inclinadas 60º (más las demás características comentadas en este apartado) para km=19620 kN/m 51

Figura 4.7 Memp vs α para distintos suelos con distintos valores de km. Pilas inclinadas y strut frames 52

Figura 4.8 Diagrama de momentos flectores en una viga continua de tres vanos 54

Figura 4.9 Catenaria/curva funicular 54

Figura 4.10 Arco. Antifunicular de las cargas. 54

Figura 4.11 Memp vs km para el caso anterior de pilas inclinadas (α=60º), para el caso de pilas rectas analizado en el primer estudio y para el strut frame (pilas inclinadas más vanos de compensación). 55

Figura 4.12 Memp vs km. Otras dos parejas de puentes pórtico de pilas inclinadas (α=30º y α=45º) con y sin vanos de compensación 55

Figura 4.13 Memp vs h para tres casos de puentes "strut frame" con α=60º y suelos modelizados con tres constantes elásticas diferentes 57

Figura 4.14 Memp vs Lvc para puentes pórtico tipo strut frame con un ángulo de inclinación de pila de 60º y una altura constante h=10 m. 58

Notación

Ip	Inercia de la pila
Id	Inercia del dintel
Ld	Longitud del dintel
Lp	Longitud de la pila
km	Constante elástica del muelle que modela el suelo
p ó q	Carga distribuida uniforme por unidad de longitud
Ec	Módulo de elasticidad del hormigón
$K_{\Theta p}$	Rigidez en el giro aportada por la pila en el empotramiento
$K_{\Theta p2}$	Rigidez en el giro aportada por la pila en el empotramiento cuando el suelo tiene rigidez infinita
Memp1	Momento flector de empotramiento cuando el suelo es elástico
Memp2	Momento flector de empotramiento cuando el suelo se supone con rigidez infinita
Memp	Momento flector de empotramiento cuando se representan los dos a la vez
h	Altura de pila
Θ	Giro del dintel como biapoyado bajo la acción de la carga p distribuida
Φ	Giro total en el empotramiento
Φ_1	Giro total en el empotramiento cuando el suelo es elástico
Φ_2	Giro total en el empotramiento cuando el suelo es infinitamente rígido
ν	Desplazamiento vertical en el nudo del dintel que aparece al aplicar simetría
hd	Canto de la sección del dintel
Lvc	Longitud del vano de compensación
Ivc	Inercia de la sección del vano de compensación
α	Inclinación de pila
K1	Rigidez total de giro en el empotramiento
Memppi	Momento flector de empotramiento para el caso del puente pórtico con las pilas inclinadas
Mempsf	Momento flector de empotramiento para el caso del puente pórtico con las pilas inclinadas y los vanos de compensación (strut frame)

1 GENERALIDADES SOBRE PUENTES PÓRTICO

"Para acertar en la concepción y traza de las estructuras, y aun de las construcciones en general, es necesario meditar y conocer bien las causas profundas, la razón de ser, de su mayor o menor aptitud resistente"

1.1 Introducción

El puente pórtico es un caso intermedio entre el puente de tramo recto y el puente arco ya que, como el puente de tramo recto, tiene tablero y pilas, y, como el puente arco, las pilas se apoyan en cimentaciones sobre las que se ejercen empujes horizontales. Es característico del puente pórtico el empotramiento del dintel en las pilas. Esto permite reducir el momento flector positivo en el centro del vano apareciendo momentos negativos en los extremos y, debido esta reducción, es posible conseguir luces mayores. Las reacciones horizontales que ejerce el terreno sobre las cimentaciones hacen que el dintel esté sometido a compresión. Este fenómeno es denominado "efecto pórtico" y estructuralmente es muy favorable cuando se emplea hormigón en su construcción. Se ejemplifica la tipología en la Figura 1.1 para entrar en contexto [1].

1.1.1

Figura 1.1 Puente Rivabellosa. Paso superior sobre la N-1, km 323, en el enlace a desnivel en Rivabellosa, Álava.

Historia

Los primeros puentes pórticos se hicieron de madera y los más antiguos datan del siglo XVI. Eran construidos por carpinteros y, mediante jabalcones en los distintos vanos, se conseguía aumentar la luz de los puentes, por lo que se amplió su ámbito de aplicación. En el siglo XVIII ya se apreciaba un mayor

grado de perfeccionamiento y, de hecho, en 1758, el carpintero J.U. Grübenmann construyó sobre el río Reno un puente de madera de 118 metros de luz, que desafortunadamente quedó destruido por las guerras napoleónicas en 1799 [2]. Era una opción más económica que la piedra, y por tanto la sustituía provisionalmente hasta que la ciudad o pueblo pudiese económicamente acometerlo en piedra. Los puentes de madera tenían el problema del fuego y, por eso, salvo reconstrucciones a posteriori, no se conservan apenas en la actualidad. Un puente de madera famoso, diseñado por Andrea Palladio en 1569 y reconstruido en 1948, es el Puente de Bassano que se muestra en la Figura 1.2 [3].

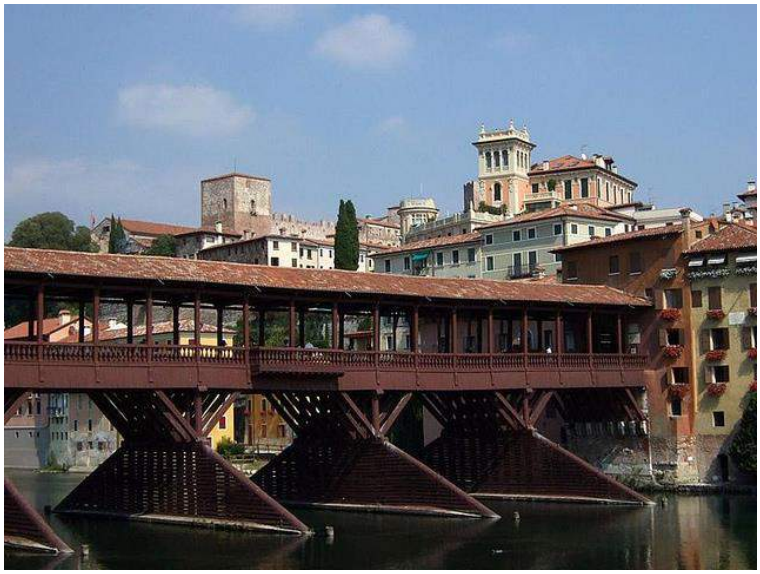


Figura 1.2 Puente de Bassano por Andrea Palladio en Bassano del Grappa (Italia)

Cuando llegó la época del hierro y el acero en el siglo XIX, muchos puentes de madera en servicio se sustituyeron por otros metálicos más resistentes. A primeros de siglo los puentes metálicos fueron puentes arco y no fue hasta finales del mismo, cuando se pudieron vislumbrar los primeros puentes pórtico metálicos. Uno de los primeros fue el viaducto para ferrocarril de Asopos, el cual se puede ver en la Figura 1.3 [4]. Todos los puentes metálicos de inicios de siglo se hacían en celosía y no fue hasta la segunda mitad de siglo cuando se utilizaron los puentes pórtico metálicos con vigas de alma llena y secciones transversales en cajón.

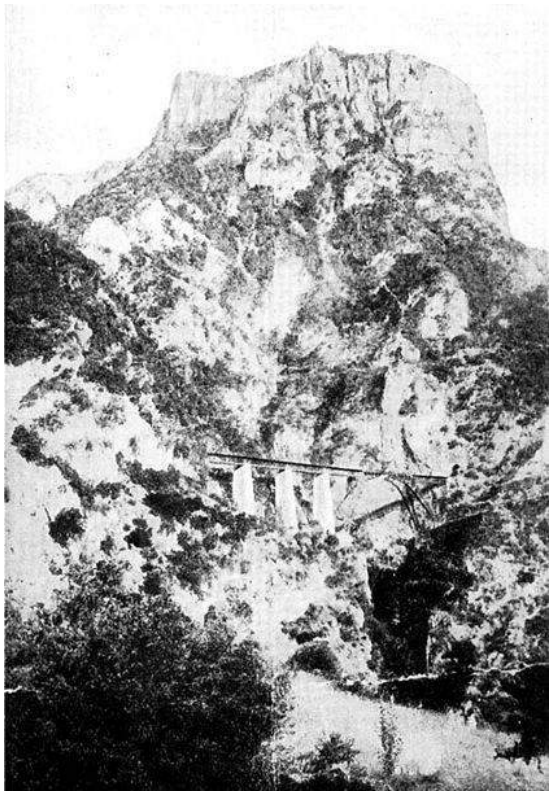


Figura 1.3 “The original Asopos Viaduct. Picture taken in 1908”. Puente de ferrocarril en Assopos.

Posteriormente, con la introducción del hormigón armado a comienzos del siglo XX se construyen muchos nuevos puentes de esta tipología. Al principio se evitaba el efecto pórtico reduciendo mucho la rigidez de las pilas pero, relativamente pronto y con esta tecnología se inclinaron las pilas para conseguir mayores luces. En la Figura 1.4 se observa un caso, de los muchos que hay, sobre el río Tagliamento (Pinzano, Italia) por S. Zorzi, de 185 metros de luz [5].

Figura 1.4 “Ponte di Pinzano”. Puente de Pinzano (Pinzano al Tagliamento, Italia) por S. Zorzi (1968).

Cuando llegó el pretensado, aunque no se adecúa muy bien a esta tipología, ya que tiene a priori un efecto

contrapuesto, Freyssinet se adapta y construye hasta seis puentes pórtico prefabricados sobre el río Marne. En la Figura 1.5 se expone uno de ellos, el de Esbly, genial estéticamente [6].

Figura 1.5. "Pont de la libération/Esbly Bridge". Puente de Esbly por Eugene Freyssinet (1949).

1.1.2 Tipos

1.1.2.1 Pórtico Simple

El puente pórtico simple consiste básicamente en dos cimentaciones continuas, dos muros de contención y la losa que descansa sobre estos últimos. Las uniones de la losa con los muros son empotramientos y las de los muros con las cimentaciones pueden ser las dos rígidas o una rígida y la otra algo articulada.

En el problema que se trata, la dirección que da las anchuras no afecta, el comportamiento queda completamente definido en el plano. Por tanto, estructuralmente, el uso de losa y muro es equivalente a dintel y pila, respectivamente.

La reacción horizontal H que se produce en la estructura por el terreno introduce una flexión en el dintel a través de la rigidez de la pila y, además, el dintel queda comprimido en toda su longitud por un axil de valor H.

En estos pórticos, que normalmente se encuentran incrustados en el terreno, es muy importante estudiar el empuje lateral de las tierras de los trasdoses ya que, esta presión y la rigidez de la cimentación es lo que influye en la intrínseca tendencia de estas estructuras a abrirse por las pilas cuando se carga la losa. En la Figura 1.6 [7] se puede visualizar un esquema de esta tipología.

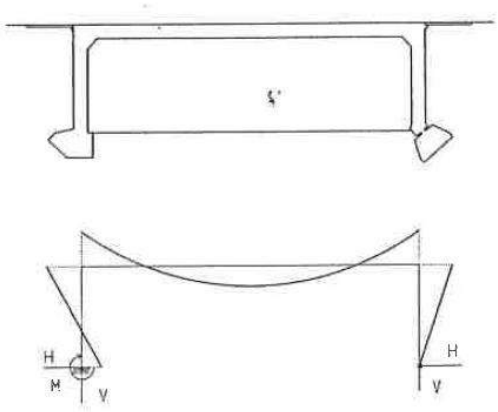


Figura 1.6 Pórtico simple rectangular con ley de momentos flectores

Puede observarse que los problemas de interacción suelo-estructura están definitivamente muy presentes en esta tipología.

En estos casos, a losa puede ser obviamente de canto variable a lo largo de la luz, adaptándose así más eficientemente a la ley de momentos flectores que gobierna el comportamiento resistente de la misma. Por otro lado, se recomienda achaflanar las esquinas superiores rígidas del pórtico para evitar así agrietamiento excesivo de esa parte por una mala transmisión de momentos, ofreciendo así hormigón extra para un armado inclinado más consistente. Por último, que los muros vayan a tenerun grosor mayor en las esquinas a uno menor en la unión con las zapatas es también muy aconsejable porque, aunque esté todo empotrado, se conseguirá que el pórtico se comporte como si estuviese articulado abajo. Ver esquema representativo en la Figura 1.7 obtenida de [8]

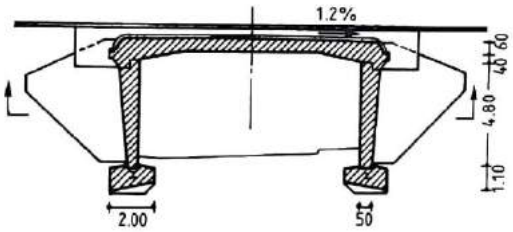


Figura 1.7 Puente pórtico simple con canto variable en el dintel, esquinas chaflanadas y muros de un grosor mayor a menor partiendo desde el empotramiento

1.1.2.2 Pórtico de pilas inclinadas

Las pilas pueden estar inclinadas hacia fuera o hacia dentro. Cuando las pilas están inclinadas hacia fuera, la longitud del elemento horizontal es mayor que la distancia entre las cimentaciones. Cuando las pilas se inclinan hacia dentro, los puentes normalmente aparecen con dos vanos más en los extremos (de compensación), forjándose así una tipología propia la cual se analizará en el próximo apartado.

Se pueden ver imágenes representativas de lo comentado en Figura 1.8 y Figura 1.9, ambas obtenidas de [7].

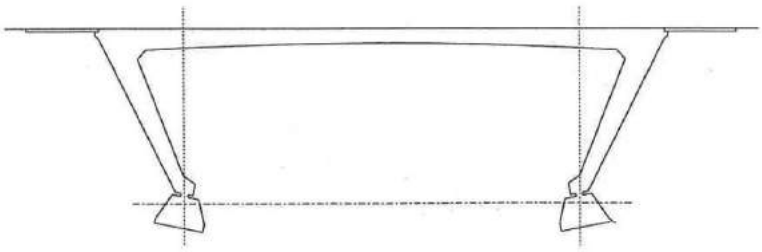


Figura 1.8 Variante al pórtico simple

En la Figura 1.8, las partes situadas a la derecha o a la izquierda de la vertical del apoyo actúan compensando la flexión general del dintel. El efecto pórtico se mantiene, pero disminuido.

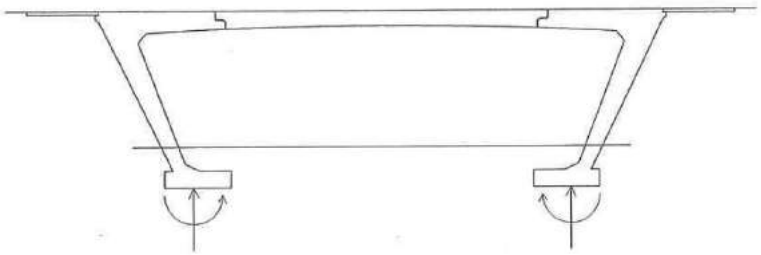


Figura 1.9 Variante de la misma tipología que introduce articulaciones deslizantes a cuartos de la luz.

En la Figura 1.9, el efecto pórtico desaparece por completo. La viga central se apoya en ménsulas, las cuales se equilibran con la cimentación.

Como se observa en ambos casos, el elemento vertical que se inclina hacia fuera incrementa la luz del dintel y este aumento, en muchas ocasiones, es lo que te condiciona a la hora de decidir qué tipología estructural mejor se adapta a las obligaciones del problema.

1.1.2.3 Strut frame bridges

Se consideran de esta clase cuando el dintel, apoyado sobre dos pilas inclinadas hacia adentro, se extiende más allá por los extremos, que se apoyarán en unas cimentaciones independientes de las de las pilas. La inclinación de las pilas reduce la luz del dintel principal, introduce un axil de compresión en el mismo y consigue un empotramiento algo más perfecto del vano central. Asimismo y debido a esta inclinación, el dintel flecta ante cargas verticales en la zona de empotramiento con las pilas, lo que no ocurría cuando las pilas eran verticales.

Una imagen de esta tipología de puentes pórtico tan usada, extraída de [7], se puede ver en la Figura 1.10.

Figura 1.10 Strut frame bridge o puente pórtico de pilas inclinadas con vanos de compensación.

Sobre su construcción, que representa su principal desventaja, existen principalmente tres formas de

ejecutarlos que se analizan a continuación.

En la primera se requiere la construcción previa de pilas verticales temporales (en celosía) sobre las que apoyar las pilas inclinadas ya ejecutadas completamente (atirantamiento en el proceso de izado hasta llegar a apoyarla). Después se realiza en el empotramiento y, desde ese punto de apoyo que ofrece la pila temporal, en avance en voladizo, se acometen vanos de compensación y dintel. Cuando la estructura se auto equilibra se procede a retirar los elementos temporales empleados. Ver la Figura 1.11 ([7]).

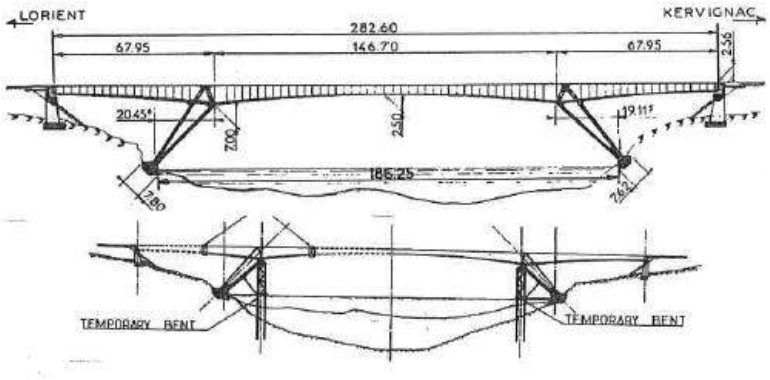


Figura 1.11 Construcción con pilas verticales temporales

En la segunda, las pilas inclinadas se van atirantando a la cimentación mientras se levantan. Después se comienza el dintel, también atirantándose a torres especiales, desde los estribos hasta la unión con las pilas y, ya por último, la parte del central del dintel en avance en voladizo desde estos extremos tensionalmente controlados y modificables con el atirantado. Ver la Figura 1.12.

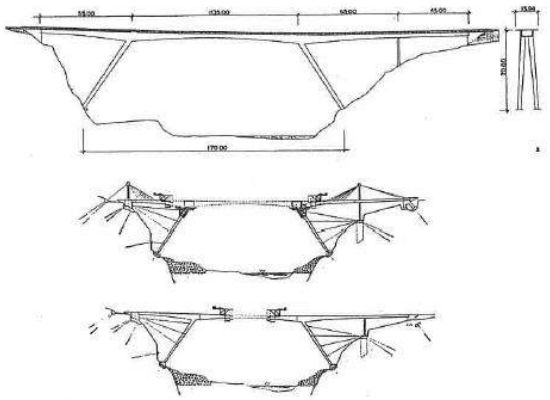


Figura 1.12 Construcción con atirantamiento de pilas inclinadas

La tercera mantiene la misma filosofía de las dos anteriores y simplemente difiere en que la pila se construye recta y posteriormente se gira, atirantándose a la vez, por el nudo de unión con la cimentación.

Muchos más detalles sobre la construcción se verán en el apartado 1.2 específicamente destinado a su análisis.

1.1.2.4 Pórtico con células triangulares

Puede considerarse como un pórtico de pilas inclinadas en las cuales se refiere el extremo de los vanos de compensación al cimiento de la pila principal por medio de un tirante. También se puede considerar

como un pórtico simple en el que la pila principal se ha descompuesto en un cordón de compresión y otro de tracción. Esta célula triangular desarrolla un excelente efecto pórtico con un gran empuje horizontal al terreno, ya que a la componente inclinada de la pila principal tiene que sumarse la acción del tirante. Respecto al anterior caso expuesto, esta célula tiene la ventaja de eliminar la posible cimentación de los extremos de los vanos, los cuales descansan sobre los tirantes. Es solo utilizable esta tipología cuando el terreno de cimentación es excelente, ya que la respuesta que se necesita para que estos tipos funcionen es exigente.

Junto con los strut frame bridges, esta tipología es la más empleada dentro de los puentes pórtico.

Ver la imagen representativa en la Figura 1.13 [8]

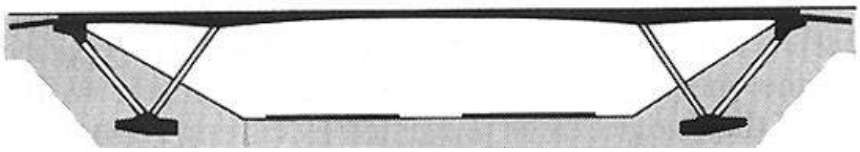


Figura 1.13 Puente pórtico con células triangulares

1.1.2.5 Pórticos sin empujes horizontales del suelo

Tras lo analizado hasta este punto, se puede concluir con una idea clave en la comprensión de la estructura porticada, por su utilidad en puentes, y es que la componente horizontal en el cimiento (pie del pórtico) reduce la ley de momentos flectores en el dintel (si es lo suficientemente grande como para conseguir que el empotramiento funcione como tal) además de introducir un axil de compresión en el mismo. Esto no es fácil de conseguir puesto que depende del tipo de suelo con el que contemos. Estructuralmente, no es ventajosa esta solución si se producen grandes desplazamientos en el cimiento al interaccionar con el suelo. Esto deriva en que, si es el suelo es de baja resistencia, son necesarias grandes y muy costosas cimentaciones.

Es posible sin embargo mantener el comportamiento de una estructura pórtico e introducir solo cargas verticales en el suelo. Para esto habría que construir una vigas rígidas transmisoras de carga, como se observa en la Figura 1.14, con el objetivo de trasladar la componente H del cimiento al dintel (a los vanos de detrás de las pilas inclinadas) [7].

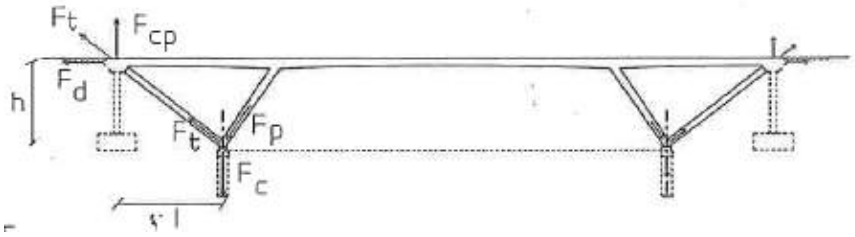


Figura 1.14 Pórtico con traslado de la reacción horizontal H a los estribos

En la Figura 1.15 se distingue muy claramente la aplicación de este sistema, aunque fue en el "Puente Arco de Arriondas" en el que por primera vez se utilizó este mecanismo.

Figura 1.15 Puente pórtico en Las Rozas proyectado por Carlos Fernández Casado S.L.

1.1.2.6 Puente pórtico – Puente arco

El "Puente Arco de Arriondas" introduce a este último tipo de puente pórtico que corresonde a la mezcla entre puentes pórtico y arco [8]. El puente de la Figura 1.16 se puede considerar como un puente arco con un antifunicular muy poligonal o como un puente pórtico de pilas inclinadas a las cuales se les dio algo de curvatura para eliminar las flexiones de su peso propio [9].

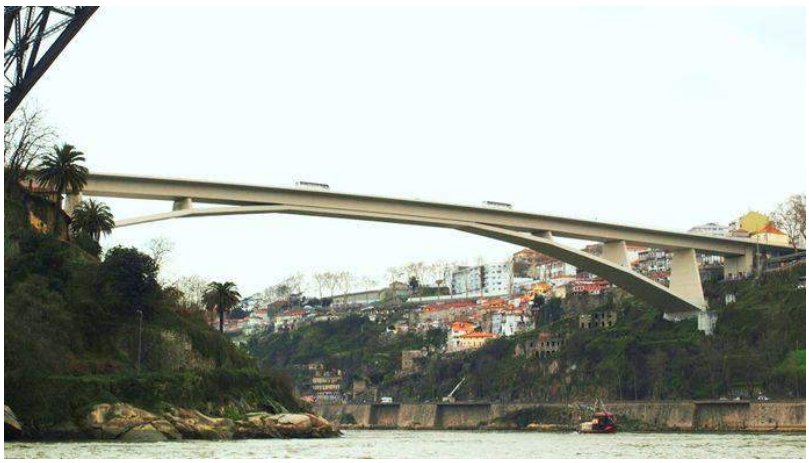


Figura 1.16 Puente del Infante Don Enrique (Oporto y Vila Nova de Gaia, Portugal)

1.1.3

Ámbitos de aplicación

En cierta forma cada tipología expuesta en el apartado anterior va ligada a un ámbito de aplicación en particular. Aunque también existen casos en los que son varias tipologías las que se pueden ajustar a una determinada demanda de luz, a un tipo particular de accidente geográfico que se intenta resolver o a unas condiciones específicas de suelo en el lugar de ejecución. En definitiva, aunque exista una cierta correlación entre los tipos y las aplicaciones en las que se usan, esta no es realmente estricta e inalterable, ya que aparecen algunos casos entrecruzados.

Atendiendo a las distintas líneas históricas de construcción de estos puentes, lo que se indica a continuación es resultado de un análisis histórico de cada caso, aunque su actualización, obviamente esté sujeta a la innovación o modificación de lo que culturalmente ha estado preconcebido como correcto u óptimo.

Para puentes de luces pequeñas (hasta…metros) tales como obras de paso de carreteras suelen emplearse los pórticos simples que se calculan solo con armado pasivo (tanto losa como muros y zapatas) ya que es lo ideal para esta tipología en el contexto de aplicación del que hablamos. Su uso puede extenderse a puentes de tamaño mediano (con luces entre 15 y 20 metros) ya que también ofrece relativas buenas prestaciones siempre y cuando se pretense la losa o las vigas cajón que formen el elemento estructural superior (normalmente armadura activa postesa ya que la losa se construye in situ). Las patas del pórtico seguirían siendo armadas. Si se quisiera salvar una luz grande usando esta tipología lo que se puede hacer es, si es posible el emplazamiento de pilas intermedias, un puente de varios pórticos sucesivos.

En el caso de pórticos con pilas inclinadas (hacia afuera), su aplicabilidad en luces cortas es dudosa ya que sus desventajas son varias.

Para luces medias, los strut frame bridges son posiblemente los más conocidos y por tanto aplicados. Se construyen normalmente en cañones, valles de abrupta pendiente, depresiones más suaves e incluso autopistas de gran envergadura donde una luz importante ha de ser cubierta. Se muestran a continuación las Figuras 1.17 y 1.18 donde se pueden observar varios casos de los comentados [10] [11]. No solo las dos pilas y los dos estribos limitan esta tipología de puente, también si la luz total a salvar es demasiado grande simétricamente, o solo por un lado, la implementación de pilas intermedias antes de llegar a los estribos es, como vemos en las imágenes, una solución. Ver también las Figuras 1.19 y 1.20 [7].

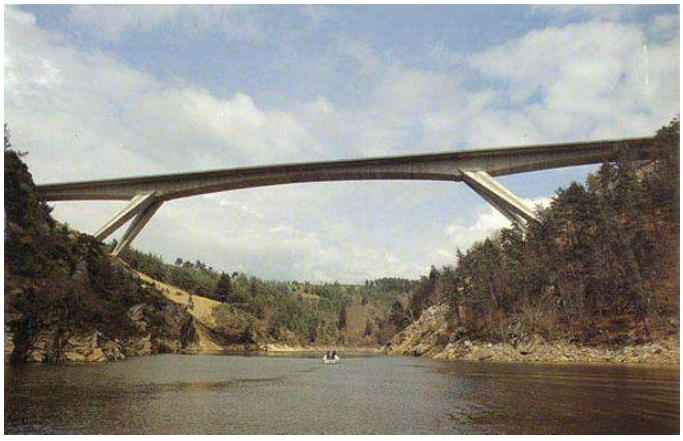


Figura 1.17 Strut Frame salvando un río. “Truyere Bridge” (Loubaresse, France)

Figura 1.18 Strut Frame para una autovía en Salerno (Calabria, Italia). Salva un valle de gran dimensión

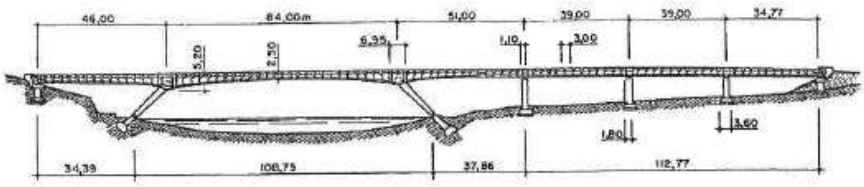


Figura 1.19 Strut Frame con prolongación en la derecha con puente básico de losa para salvar la luz total

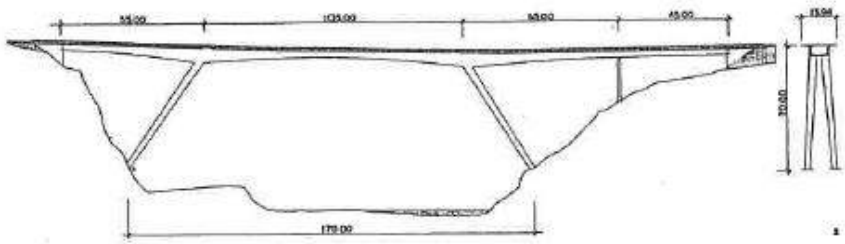


Figura 1.20 Strut Frame con prolongación en la derecha con puente básico de losa para salvar la luz total

Lo mismo pasa con los puentes pórtico con células triangulares, que, mientras que su forma más simplista de dos células y el dintel cubre luces cortas y medias, también pueden disponerse sucesivamente estas formas, llamémoslas básicas, y así llegar a cubrir centenares de metros de luz. Se expone un ejemplo de esta última casuística en la Figura 1.21 [8].

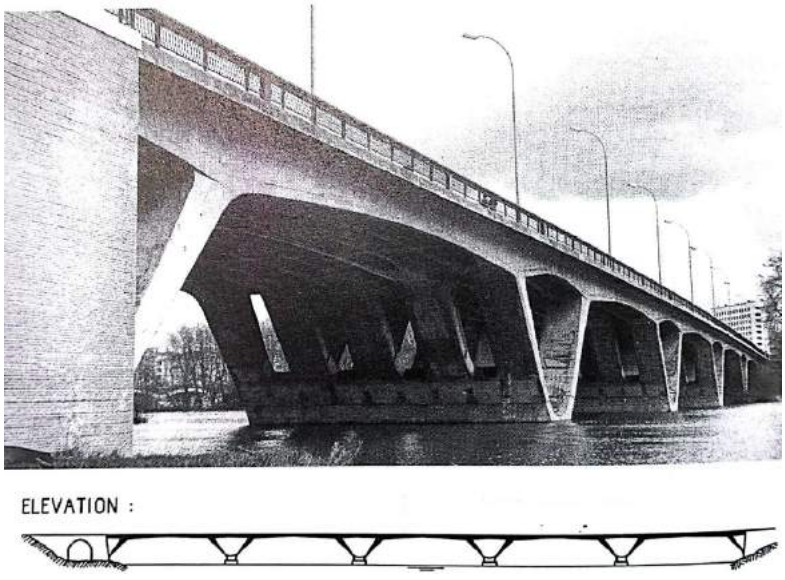


Figura 1.21 Puente pórtico con varios módulos básicos de células triangulares

Por último, se clasifican las últimas dos tipologías explicadas en el punto anterior: los pórticos con cimentaciones sin empujes horizontales cubrirán luces pequeñas sobre todo y serán, debido a su baja altura, principalmente empleados para obras de paso en autopistas y autovías. Los puentes pórtico-arco en su lugar, tendrán una aplicación muy parecida a la de los strut frame bridges y se verán por tanto

salvando cañones, depresiones con ríos y otros accidentes geográficos de las mismas características.

1.2 Métodos constructivos

Puente pórtico simple de un vano de pequeña luz

1.2.1 Normalmente se construyen hormigonando in situ en diferentes etapas: primero se realizan las cimentaciones, luego los muros y ya finalmente la losa. Estos elementos serán reforzados con armadura pasiva solamente. En estos casos de poca luz la losa será maciza ya que, debido a las relativas pocas prestaciones que se le exigen, será de un espesor pequeño.

Puente pórtico compuesto de pórticos simples. Luces medias y grandes

1.2.2 Estos puentes seguirán el mismo método constructivo que hemos comentado en el punto anterior. Se realizarán primero todas las cimentaciones, luego se levantarán las pilas de los pórticos simples que conforman el todo. A continuación, sobre cada par de muro/pila la correspondiente losa y, por último, una vez cada pórtico individual esté terminado se procederá a unir los mismos por su dintel a través más losa hormigonada in situ. También sería una construcción en la que solo se emplearía hormigón armado. Es por tanto importante reseñar que, aunque la luz total del puente sea amplia, la luz entre vanos tendrá que ser reducida.

Puente pórtico simple de un vano de luz mediana

1.2.3 Este tipo de puente lleva normalmente el dintel pretensado con armadura postesa y las pilas o muros y las cimentaciones armadas (aunque también se han dado casos en los que se han pretensado las pilas). Este tipo de puente es ya de mayor envergadura y el tratamiento de la sección del dintel y de las pilas es más fino y cuidado. Encontraremos por tanto secciones aligeradas bastante optimizadas, con el canto variable, adecuándose por tanto lo mejor posible a la ley de momentos que rigen el problema. Diafragmas habrá solo en uniones/apoyos con pilas y estribos para que la transmisión vertical de cargas hacia las pilas sea adecuada.

La construcción de este puente empieza por las cimentaciones y las pilas como en todo lo anteriormente visto. Luego, desde cada extremo comienza la construcción del dintel, generalmente, por un método llamado “por voladizos sucesivos”: la primera dovela del dintel, macizada, se coloca sobre la pila del extremo. La estabilidad en la construcción se consigue con la armadura postesa anclada a la cabeza de pila mientras las distintas dovelas (ya no macizas) van formando un voladizo cada vez más largo. Cada dovela se lanza mediante un lanzador de dovelas, el cual consiste en un par de vigas metálicas en celosía sobre las cuales descansa un pórtico grúa que posiciona las dovelas. Cada dovela se une a la anterior con una armadura recta postesa y, además, cada cierto número de ellas se realiza un postesado definitivo. Las dovelas pueden ser prefabricadas o ser construidas in situ. Para esto último es necesario un enconfrado deslizante.

Ver Figura 1.22 [12]

Figura 1.22 Encofrado deslizante para la realización de dovelas in situ. Método constructivo: voladizos sucesivos

Strut frame bridges o puentes arco – pórtico

1.2.4.1 Método de construcción A

1.2.4

Cuando las condiciones del suelo y del relieve en la depresión sean adecuadas y, además, el puente no sea demasiado grande, el método constructivo a emplear es el siguiente: una torre de atirantamiento se sitúa estable en un extremo, a cierta altura (no tiene que ser la máxima del valle según la sección transversal del mismo, aunque si alta). Más abajo empieza la construcción de la pila inclinada usando una celosía temporal atirantada a la torre a partir de la cual, sobre la misma, se levantará la pila. A continuación, ya ejecutada la pila inclinada que descansa sobre la celosía inclinada, se colocará un número de celosías verticales temporales adecuado (pilas temporales) y otra celosía horizontal temporal sobre la cual se hormigonará in situ la parte del dintel correspondiente a ese vano de compensación, hasta la unión con la pila. Este tramo del dintel ha de estar anclado firmemente al suelo ya que será eso la única sujeción de la pila y el vano construido hasta que el vano central principal a través voladizos sucesivos con cimbra autoportante con encofrado deslizante se una con la otra mitad del puente y se estabilice el conjunto. Una vez completamente construido, la sujeción en el extremo puede retirarse y el dintel ser simplemente apoyado. Ver Figura 1.23 [8]

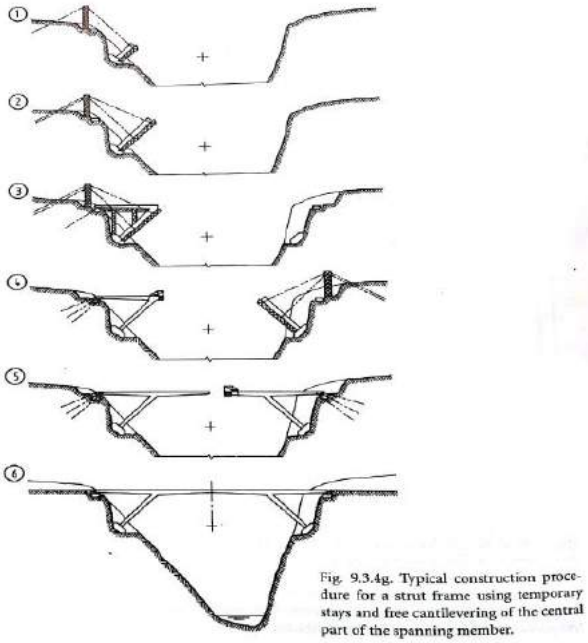


Figura 1.23 Método de construcción A gráficamente

1.2.4.2 Método de construcción B

Este segundo método es muy parecido pero el atirantamiento se realiza directamente sobre los tramos de hormigón que van confeccionando el puente. No existe, como se daba en el caso anterior, un atirantamiento de una torre de elementos en celosía temporales sobre los que se posicionaba el encofrado deslizante y se hormigonaba. Por lo tanto, en este segundo método constructivo, todo se realiza en voladizos sucesivos con un atirantamiento posterior cuando se pasa a hormigonar la siguiente dovela (ya sea de pila o de tablero).

Se atiranta la pila inclinada a estribo. Sobre el estribo se coloca la torre de atirantamiento y se construye con la misma el vano de compensación hasta la unión con la pila. Se usa este método de atirantamiento del vano de compensación porque el terreno en la depresión es abrupto y complicado y/o porque la luz de este es considerable. Una vez estribo, vano de compensación y pila están ya ejecutados, se pasa a construir el vano principal por voladizos sucesivos desde cada extremo. La pila, ya que el vano está apoyado sin ninguna sujeción al terreno/estribo, continuará atirantada hasta el auto equilibrio. Ver Figura 1.24 [8]

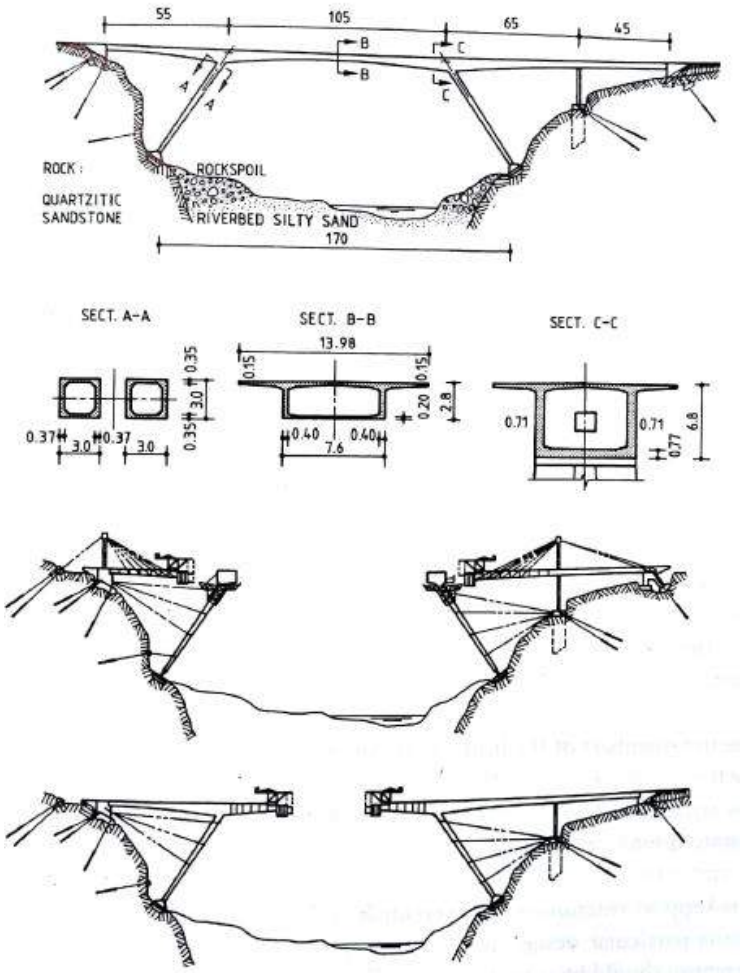


Figura 1.24 Método de construcción B gráficamente

Puentes pórtico con células triangulares o sin reacciones horizontales en los apoyos

Se construyen combinando métodos de los anteriormente expuestos, in situ en su gran mayoría.

Resumen de las diferentes técnicas constructivas

Como resumen, se listan los distintos métodos constructivos que se han utilizado a lo largo de la historia en la construcción de puentes pórtico, en general o de elementos específicos. Esto no es exacto ni dogmático.

1.2.5

- Construcción in situ sobre cimbra
- Construcción del tablero por voladizos sucesivos atirantados
- Construcción mediante el giro de la pila
- Construcción de las pilas inclinadas y los vanos laterales sobre cimbra
- Construcción de las pilas inclinadas mediante atirantamiento
- Construcción del tablero mediante anclajes provisionales al terreno que se liberan una vez cerrada la clave

2 PRIMER ANÁLISIS: INFLUENCIA DE LA RIGIDEZ DEL SUELO

2.1 Descripción del modelo de referencia

En este caso, el tipo de puente al que se hace referencia tiene tremenda aplicación en pasos inferiores, cuando la opción del marco queda descartada por la imposibilidad de ejecución de la losa inferior. En la Figura 2.1 se presenta un caso de este tipo de estructura en la realidad [13].

Figura 2.1 Paso inferior para ferrocarril en el que se emplea un puente pórtico

El modelo de pórtico (Figura 2.2) sobre el que se trabajará se presenta a continuación con los diferentes parámetros que lo definen.

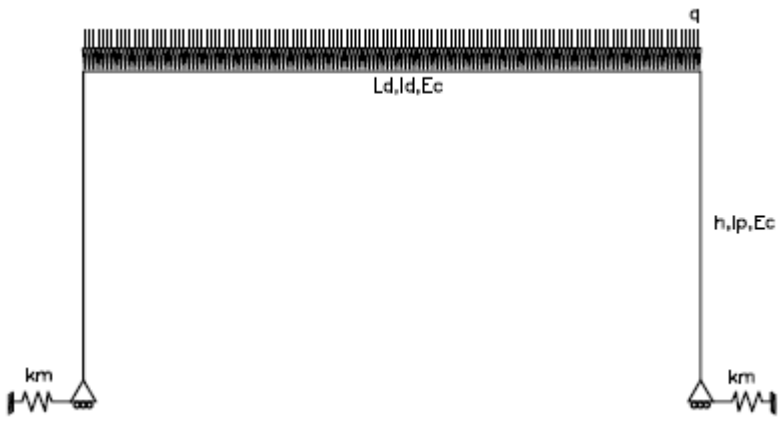


Figura 2.2 Modelo de pórtico a estudiar en este primer análisis

Se aprecia que el pórtico con el que trabajaremos es un pórtico estándar, con dos pilas de longitud h, un dintel empotrado a estas de luz Ld, unos muelles horizontales de constante elástica km que simulan el comportamiento del suelo en el contacto y una carga q uniformemente distribuida a lo largo de todo el dintel.

En el apartado 2.1.2 se comentan qué valores se han empleado para todos estos parámetros. De este modo se

deja de lado lo paramétrico y se ven números y gráficas que representarán las distintas respuestas del pórtico ante múltiples variaciones.

2.1.1 Método de cálculo e hipótesis consideradas

El esfuerzo más significativo e importante de esta estructura porticada es sin duda el momento de empotramiento en la unión empotrada pila-dintel. Es el que mejor representa el comportamiento de esta tipología y es muy intuitiva su variación cuando modificamos las condiciones del problema (geométricas, condiciones de contorno, cargas…etc.). Todo el estudio estructural girará en torno a cómo este momento flector cambia, por qué cambia y qué valores del mismo son hacia dónde deberíamos apuntar a la hora de definir los distintos parámetros involucrados en el problema, definiendo así cómo queremos que sea nuestro puente pórtico en definitiva.

D. Javier Manterola en el capítulo de puentes pórtico de su libro *"Puentes: Apuntes para su diseño, cálculo y construcción"* trabaja con una expresión de este momento y su simplificación pertinente debida a suponer que la rigidez del suelo es infinita. Ambas expresiones se tienen en cuenta en este análisis y se muestran a continuación.

Por otra parte, se ha realizado el cálculo a mano del mismo pórtico que D. Javier Manterola por el Método Directo de la Rigidez de la Teoría de Estructuras. Así hemos conseguido llegar a una expresión del momento flector de empotramiento en función de todas las variables involucradas, muy parecida a la que presenta Manterola en sus apuntes. Exactamente igual en cuanto al valor de los momentos que ambas proporcionan y algo diferentes en cuanto a forma.

Por tanto, se describe ahora este proceso de cálculo y se presentan las expresiones finales con las que trabajaremos en el posterior estudio de influencias.

Lo primero que se hace es aplicar simetría, quedándonos así con la mitad de la estructura para su cálculo (Figura 2.3)

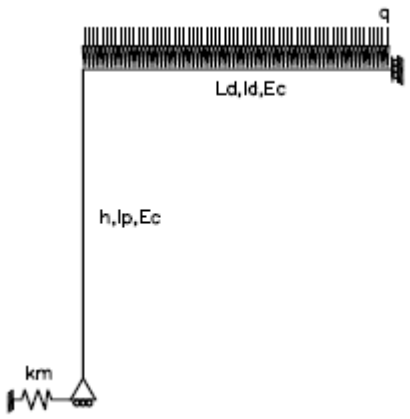


Figura 2.3 Modelo de pórtico una vez aplicada simetría

Posteriormente, puesto que se supone que no hay deformaciones axiles, se puede simplificar incluso más la estructura quedando una barra de longitud Ld/2, carga q uniforme aplicada sobre la misma, un muelle en el empotramiento que agrupa las rigideces de la pila y del dintel en la unión y en el otro extremo solo el movimiento vertical permitido (Figura 2.4).

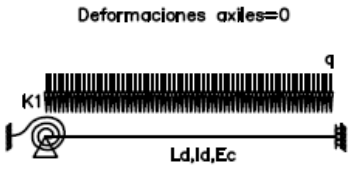


Figura 2.4 Modelo de pórtico. Tras simetría e hipótesis de deformaciones axiles nulas

La matriz de rigidez que aplica a esta barra es la de una barra bi-empotrada a la que, simplemente en el grado de libertad de giro del nudo 1, se le ha de sumar la contribución de rigidez de la pila. A esta rigidez se le llama $K_{\Theta p}$ y tiene la siguiente expresión:

$$K_{\theta p} := \frac{1}{\frac{Lp}{3 \cdot Ec \cdot Ip} + \frac{1}{km \cdot Lp^2}}$$ donde Lp=h (Altura de pila)

Ya que son dos rigideces en serie las que actúan en el empotramiento por parte de la pila, la rigidez total de dos rigideces en serie es el inverso de la suma de los inversos.

El primer sistema de ecuaciones que se nos plantea por tanto para el cálculo de los desplazamientos (giro en el nudo 1 (Φ) y desplazamiento vertical en el nudo 2 (ν)) es el siguiente:

$$M = \left(K_{\theta p}\right)\ \phi + 8\ Ec \cdot \frac{Id}{Ld}\ \phi - 24 \cdot Ec \cdot \frac{Id}{Ld^2} \cdot \nu$$
$$F = -24 \cdot Ec \cdot \frac{Id}{Ld^2}\ \phi + 96 \cdot E \cdot \frac{Id}{Ld^3}\ \nu$$

Que no es más que haber aplicado Fext – Femp=K*u a la barra que se ha mostrado, ya en función de Ld completa, no de la mitad.

Una vez obtenidos Φ y ν, se plantea la última ecuación para el cálculo de Memp. La ecuación que aplica ahora es Fext=K*u + Femp. Nos quedamos solo con la primera componente del vector Fext de dos componentes (Memp) y desarrollamos su ecuación.

Este cálculo, analítico en el que se arrastran todas las variables del problema sin cuantificarlas, se ha realizado a mano y, la expresión a la que llegamos del Memp es la siguiente:

$$Memp1 := p \cdot \frac{Ld^2}{12} \cdot \frac{K_{\theta p}}{2 \cdot Ec \cdot \frac{Id}{Ld} + K_{\theta p}}$$

La cual, si se hace km tender a infinito, se simplifica y queda:

$$Memp2 := p \cdot \frac{Ld^2}{12} \cdot \frac{K_{\theta p2}}{2 \cdot Ec \cdot \frac{Id}{Ld} + K_{\theta p2}}$$

donde ahora la aportación al giro de la pila resulta ser:

$$K_{\theta p2} := \frac{1}{\frac{Lp}{3 \cdot Ec \cdot Ip}}$$

D. Javier Manterola Armisen, por el contrario, en su libro donde estudia esta tipología (“Puentes: Apuntes para su diseño, cálculo y construcción”. Capítulo 9) trabaja con otras dos expresiones para el Memp (caso de suelo elástico y caso de suelo infinitamente rígido). Como ya se ha comentado, ambas ofrecen los mismos resultados cuando se les da valores a las variables que las forman, aunque en forma son algo distintas. Se presentan a continuación ambas:

$$Memp1 := k \cdot \theta \cdot \frac{h^2}{1 + \frac{k}{Ec} \cdot h^2 \left(\frac{h}{3 \cdot Ip} + \frac{Ld}{2 \cdot Id} \right)}$$

$$Memp2 := \frac{Ec \cdot \theta}{\frac{h}{3 \cdot Ip} + \frac{Ld}{2 \cdot Id}}$$

Donde el único parámetro distinto es Θ y representa el giro del dintel como si estuviese bi-apoyado.

$$\theta := q \cdot \frac{Ld^3}{24 \cdot Ec \cdot Id}$$

2.1.2 Obtención de los valores de los parámetros que D. Javier Manterola usó en sus cálculos.

Este apartado se comentará exclusivamente en este primer análisis, puesto que los valores de las variables del problema que D. Javier Manterola utilizó serán las que se emplearán en todos y cada uno de los análisis estructurales por llegar. Al no especificarlas el Ingeniero en sus apuntes, se tuvo la obligación de calcularlas, puesto que es su criterio en la elección de ellas el que queremos emplear en todos nuestros cálculos.

Para la obtención de los valores de las cuatro variables de más peso (Id, Ip, Ld y q), lo que se ha realizado es lo siguiente:

Manterola adjunta una gráfica Memp-h como inicio a su estudio (la cual también se construirá más tarde por nosotros) y en ella aplica Memp1 y Memp2 para diferentes valores de h. Nosotros hemos supuesto que fijó el módulo de elasticidad del hormigón con un valor aproximado de $3*10^7$ kN/m^2, por tanto, las incógnitas de las ecuaciones de los momentos Memp1 y Memp2 son Id, Ip, Ld y q. Se toman, para el caso del suelo con rigidez infinita, cuatro valores de esas curvas de Manterola para cuatro alturas de pila específicas y se monta un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas (Valor de Memp2 para determinada h (obtenido de la gráfica) = Fórmula que Manterola propone para Memp2 con estas cuatro incógnitas comentadas (Ec fijado y h en cada caso también)). Se repite lo mismo, es decir, otro sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas. La fórmula de Memp1 para un cierto km y los respectivos valores de este (de la gráfica) para cuatro alturas de pila.

Los valores de Id, Ip, Ld y q que resuelven ambos sistemas con éxito (acercándose mucho a los valores extraídos de las gráficas, aunque no igualándolos (soluciones aproximadas por la forma de las ecuaciones que componen los sistemas)) son los siguientes:

- Id= 0.2607506 m^4
- Ip= 0.2034505 m^4
- Ld= 20 m
- q= 100 kN/m

La resolución se ha realizado mediante Excel, a través del método de resolución de ecuaciones no lineales por el mínimo error.

Se resolvió solo un sistema finalmente, no los dos (la ecuación de Memp2 nace de la ecuación de Memp1). Simplemente se quería asegurar que la inclusión de km en el sistema con Memp1 no hacía converger la solución en otro punto, aunque, como decimos, no se hizo por lo especificado entre paréntesis.

Se emplearán estos valores en todos los cálculos.

2.1.3 Geometría

Longitud del dintel= 20 metros

Longitud de las pilas= variable (la variación de ésta se estudia, y es por eso por lo que no se fija)

Inercias:

Inercia del dintel= 0.2034505 m^4

Inercia de las pilas= 0.2607506 m^4

Las posibles formas particulares de las secciones para conseguir estas inercias no se especifican. Tampoco el área de las mismas, ya que, puesto que es un problema sin contribución axil (ni tensional ni en deformaciones), no influyen.

2.1.4 Materiales

El material de los puentes pórtico que estudiaremos será el hormigón. Su módulo de elasticidad considerado Ec es de $3*10^4$ MPa.

2.1.5 Condiciones de contorno

Se tienen empotramientos libres en las uniones del dintel con las pilas, mientras que las pilas con respecto al suelo podrán girar y moverse horizontalmente (aunque con cierta rigidez (la del suelo)) aunque con el desplazamiento vertical restringido.

2.1.6 Cargas

Será uniformemente distribuida por todo lo largo del dintel y tendrá un valor de 100 kN/m. El peso propio del tablero está incluido en ese valor.

2.2 Validación del procedimiento de cálculo

Lo que se intenta en este apartado añadido justo después de haber explicado todo el proceso de cálculo es asegurarnos de que la expresión analítica, más fácil o más difícil, está bien calculada y todo el proceso de cálculo matricial (que al final automatizamos en una hoja de cálculo) es correcto. En este primer estudio paramétrico también se cuenta con los resultados del estudio de D. Javier Manterola Armisen de esta tipología de pilas rectas [2], que además apoyaremos con un modelo de elementos finitos calculado con el software Midas Civil. De esta forma, la validación en este caso tendrá dos fuentes con las que revisar.

Más adelante, en los estudios posteriores solo se podrá hacer el "check" con los resultados que nos proporcionarán los modelos realizados en Midas Civil, ya que no hay resultados de [2] sobre los siguientes puentes pórtico que analizaremos.

Centrándonos en el estudio en el que nos encontramos, primero se adjunta una comprobación gráfica de la veracidad de nuestros cálculos: se calcula la misma gráfica que D. Javier Manterola (Figura 2.6) con nuestros valores de Memp1 y Memp2. Realmente es una comparación de cómo de parecidos son Memp1 y Memp2 calculados por nosotros y el Memp1 y Memp2 calculados por Manterola y expuestos en su libro [2].

Esta comparación gráfica que nos dan Figura 2.5 y Figura 2.6 pasa a un plano un poco cualitativo, que roza incluso lo impreciso, ya que no se ven valores concretos ni sus errores. Por tanto, una tabla con valores y errores es lo que se realiza justo a continuación.

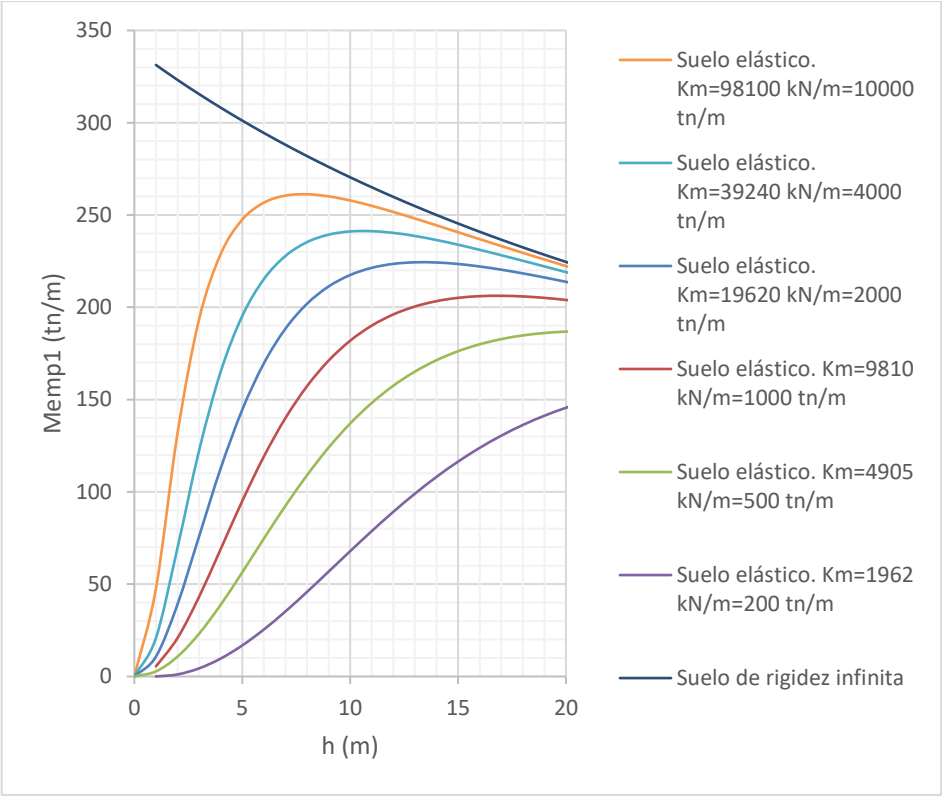


Figura 2.5 Obtención de Memp vs h para distintos valores de km con la fórmula de Memp1 obtenida por nosotros analíticamente según el Método Directo de la Rigidez.

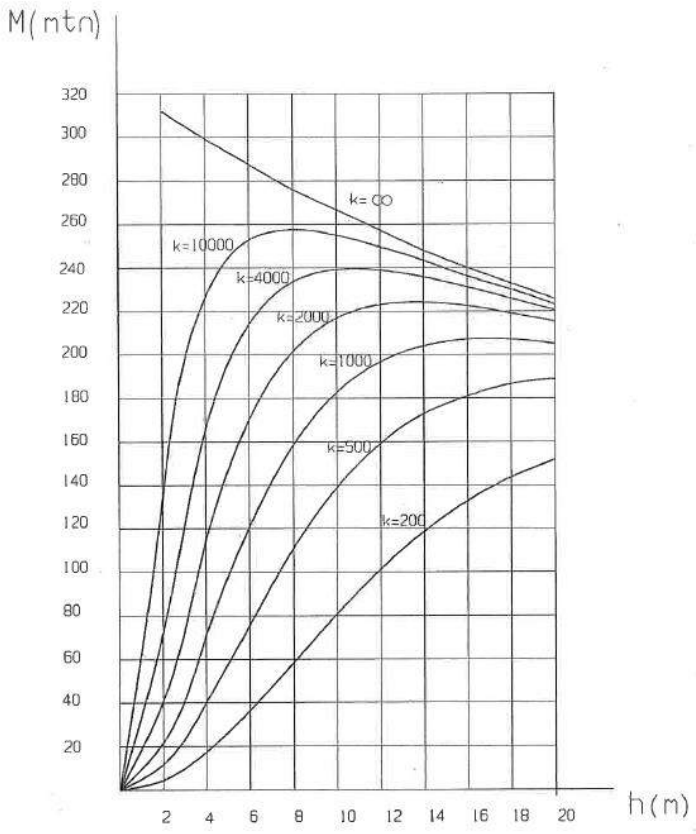


Figura 2.6 Memp vs h según D. Javier Manterola

Aquí se presenta la Tabla 2.1 con valores de los momentos de empotramiento para tres casos distintos (km=1962 kN/m, km=19620 kN/m y km infinito), calculados de tres formas distintas (método matricial empleado por

nosotros, según las fórmulas de Manterola [2] y según Midas Civil). Obviamente, todas las demás variables coinciden: h=10 m, Ld=20m, Ec=30000000 kN/m, Id=0.2034505 m^4, Ip=0.2607506 m^4 y q=100 kN/m.

Se ve que se obtiene más precisión con el valor que brinda el cálculo analítico que con Midas Civil. De todas formas y para ver esta afectación, se calcula este error relativo máximo para cada caso, como ya hemos dicho, en todos ellos proveniente del valor que nos ofrece el software Midas Civil. Como es apreciable, el error entre valores es cero o despreciable, por lo que esto valida con firmeza el cálculo matricial realizado.

	Tras cálculo matricial	Según Manterola	Midas Civil	Error relativo máximo (%)
Caso A (km=1962 kN/m)				
Memp1 (kN/m)	-762.611	-762.611	-762.034	0.075661117
Caso B (km=19620 kN/m)				
Memp1 (kN/m)	-2122	-2122	-2117	0.235626767
Caso C (km=infinito)				
Memp2 (kN/m)	-2645	-2645	-2638.39	0.249905482

Tabla 2.1 Valores de los momentos de empotramiento para casos específicos, calculados a través de tres procedimientos distintos.

Por último, se secuencian a continuación tres gráficas obtenidas de Midas Civil donde se ve representado medio dintel y una pila, en su situación deformada e indeformada, y el diagrama de momentos sobre el conjunto. Se observan importantes variaciones en el Memp que parecen relacionarse con el desplazamiento horizontal del apoyo de la pila con el suelo. En el siguiente punto hablaremos del porqué de este comportamiento estructural entre otras cosas.

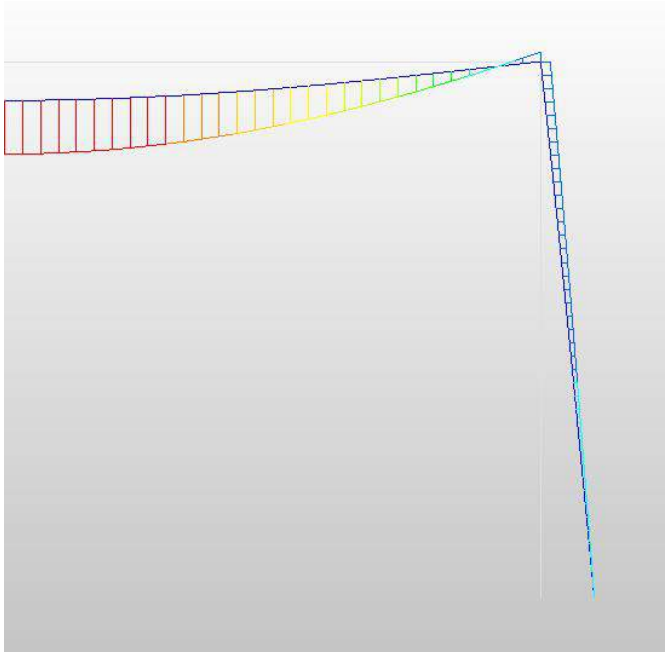


Figura 2.7 Diagrama de momentos flectores de la mitad de un puente pórtico de pilas rectas (más las demás características comentadas en este apartado) para km=1962 kN/m

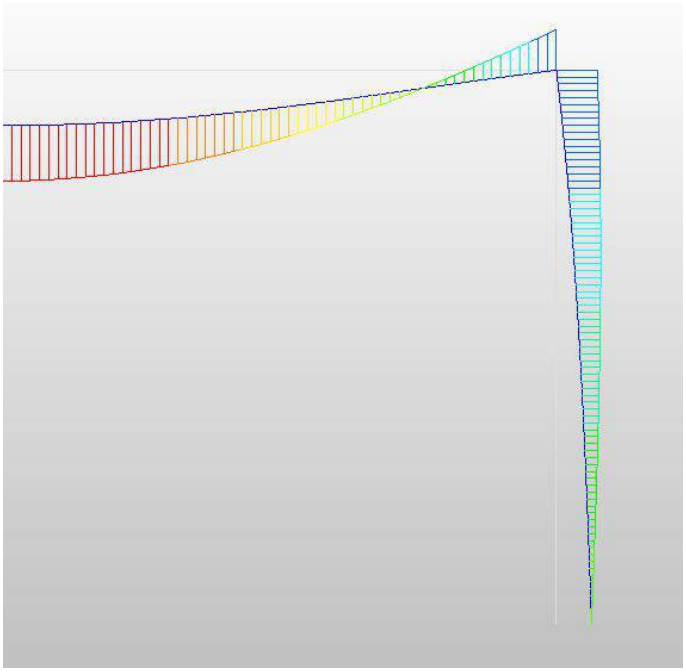


Figura 2.8 Diagrama de momentos flectores de la mitad de un puente pórtico de pilas rectas (más las demás características comentadas en este apartado) para km=19620 kN/m

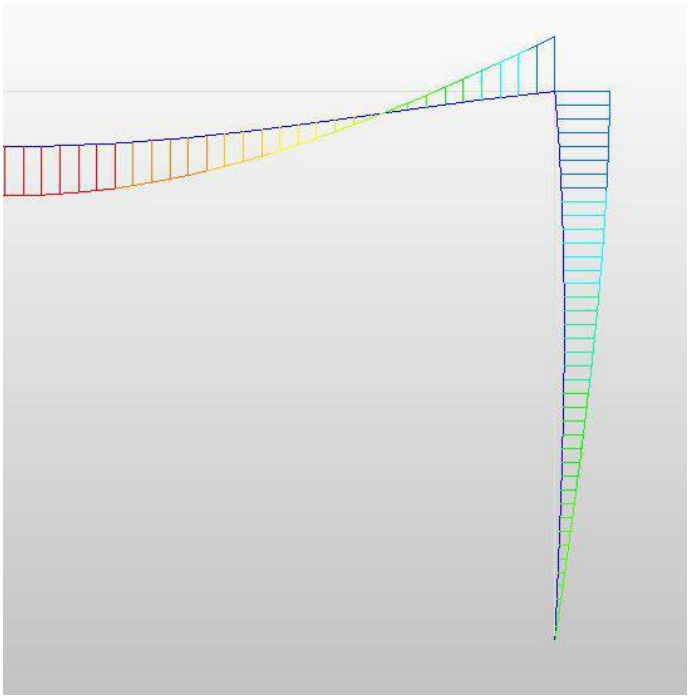


Figura 2.9 Diagrama de momentos flectores de la mitad de un puente pórtico de pilas rectas (más las demás características comentadas en este apartado) en un suelo de rigidez infinita

2.3 Resultados

2.3.1 Aproximación global

Esta introducción es de máxima importancia y es válida para este primer estudio paramétrico y para todos los que vengan posteriormente.

La ventaja fundamental que aporta esta tipología es el empotramiento que se genera en el dintel. El empotramiento, más o menos perfecto, debe ser de obligada obtención en el dintel ya que eso es lo que proporciona los pros estructurales de este tipo. Por tanto, este documento también servirá, puesto que se han ensayado puentes pórtico de distinta geometría y geotecnia, para descartar aquellos casos en los que el momento de empotramiento que se obtenga sea positivo o negativo pero muy pequeño.

Se procede a explicar detalladamente por qué los Memp negativos son estructuralmente tan ventajosos en el dintel, pieza clave de una estructura como un puente. Son dos motivos principalmente:

- Un dintel biapoyado en el que actúa una carga uniformemente distribuida "q" tiene un diagrama de momentos flectores parabólico que vale cero en los extremos y pasa por $qLd^2/8$ en el centro de este (Ver Figura 2.10). Si se empotran los extremos perfectamente, el dintel pasa a ser biempotrado y, la parábola de la que hablábamos antes simplemente sube hasta que en los extremos se alcanzan momentos flectores negativos de valor $qLd^2/12$ (Ver Figura 2.11).

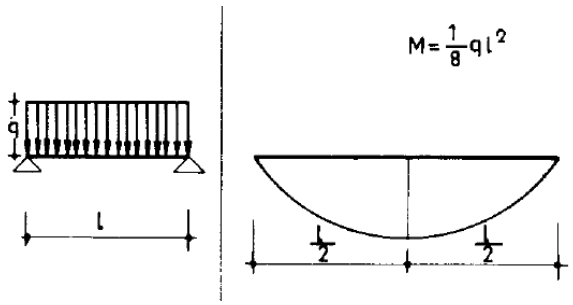


Figura 2.10 Ley de momentos flectores de una viga biapoyada

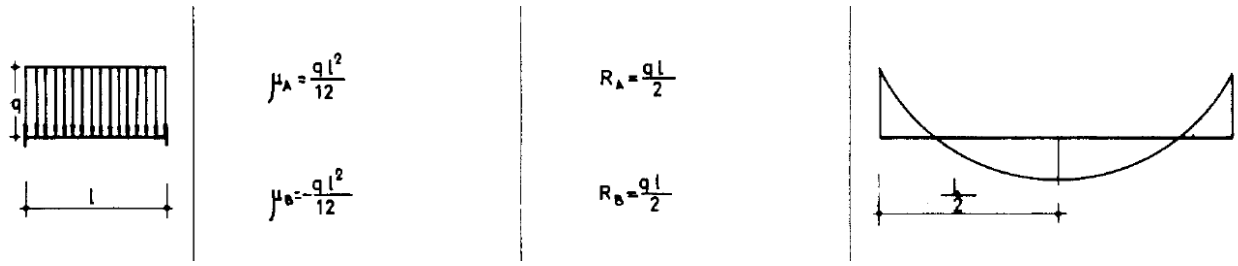


Figura 2.11 Ley de momentos flectores de una viga perfectamente biempotrada

Empotramiento perfecto es aquel que restringe todos los posibles movimientos de un extremo de viga. Para el pórtico que se estudia Es un concepto teórico realmente porque conseguirlo estructuralmente es imposible o casi imposible. En nuestro caso, nuestro dintel está biempotrado pero esos empotramientos con las pilas no son perfectos, son empotramientos parciales en los que los tres movimientos del plano están permitidos, ya que entre otras cosas las pilas nunca serán infinitamente rígidas. Que estos se acerquen lo más posible a lo perfecto dependerá de la calidad del suelo (muy elástico o muy rígido) y de los elementos estructurales que concurren en ese nudo. Por tanto, se estudia un caso intermedio de dintel, entre biapoyado y perfectamente biempotrado. Se debe tender a la búsqueda de algo muy parecido a lo visto en la Figura 2.11 en cuanto a ley de momentos flectores.

Intencionadamente, se proporcionan los valores de $qLd^2/8$=5000 kN/m y $qLd^2/12$=3333.33 kN/m para tenerlos como referencia durante el análisis de los distintos comportamientos de los diversos puentes computados. Será de mucha ayuda a la hora de interpretar gráficas y para tener una visión más analítica y fina de los resultados que se exponen.

Siguiendo con el porqué es tan interesante apuntar a un puente pórtico que, con una geometría, características del suelo y unas cargas, consiga un dintel con una respuesta estructural a flexión del tipo biempotramiento perfecto, ha de comentarse la profunda relación que guarda el área del diagrama de momentos flectores de un elemento estructural con el coste económico del mismo. Mientras más área, más caro. El caso de un dintel biapoyado sería muy caro porque gran parte de la longitud de este está sometida a un momento flector positivo muy grande, excepto los extremos. Esto implicará una armadura o unas dimensiones de sección muy grandes en casi toda la longitud. Al subir esta parábola hacia arriba y crear unos empotramientos buenos en los extremos del dintel, el área del diagrama de momentos se reduce mucho y nos encontramos con una optimización del coste de este elemento: Ahora tenemos en pequeñas longitudes cercanas a los extremos valores altos de momentos negativos (gran sección o armado pero, como se ha dicho, en apenas longitud del dintel) y en la mayor parte del tablero (la central) un momento positivo pequeño. La mejora es obvia.

- El cambio de signo de los momentos flectores en los extremos supone también un cambio de signo en la curvatura con la que se deforma el dintel bajo la acción de "q". Mientras que la parte central del tablero se deforma hacia abajo de manera cóncava bajo el fenómeno resistente de un momento flector positivo, en los extremos la deformación es convexa para que se cumpla la compatibilidad en las uniones pila-dintel que, más o menos perfectamente, acaban o deben acabar funcionando como empotradas.

  El momento flector está íntimamente relacionado con la curvatura (y''=M/EI), y' es el ángulo o pendiente de la deformada en cada punto e "y" es desplazamiento vertical. Como se observa, para llegar a "y" a partir de la expresión que relaciona curvatura y momentos hay que integrar dos veces (en x para el caso de vigas). En el caso biapoyado la integral de y' hasta Ld/2 (donde se produce la máxima deflexión o flecha) solo suma puesto que todo es del mismo signo. En el caso biempotrado, al existir cambio de signo, la suma final desde x=0 hasta x=Ld/2, es algo más pequeña. Esto implica que la flecha en el segundo caso es más pequeña que en el primero, por lo que tenemos aquí otra ventaja relativa a deformaciones que fomenta la idea de que los puentes pórticos en los que se consigue un empotramiento relativo del dintel son ventajosos.

  Se presentan las deformadas de barras biapoyada y biempotrada en la Figuras 2.12 y 2.13 [14]. Se aprecia como la restricción del giro levanta mucho la viga. Cuantitativamente, la flecha en la Figura es 2.12 es igual a $5qLd^4/384EI$ mientras que la de la Figura 2.13 es $qLd^4/384EI$, es decir, cinco veces menos cuando el empotramiento que se consigue es perfecto.

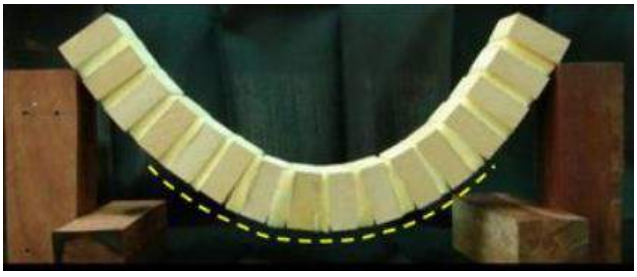


Figura 2.12 Deformada de una viga biapoyada

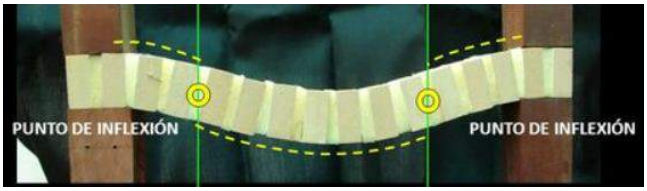


Figura 2.13 Deformada de una viga biempotrada

Por último en esta introducción, comentar que en este primer estudio paramétrico de puentes pórtico de pilas rectas, todos los Memp (momento flector de empotramiento en el dintel) calculados han sido negativos. Debido a esto, toda representación se ha hecho grafiando Memp como positivo en aras de una mejor visualización y claridad de las tendencias. Simplemente esto ha de tenerse en cuenta.

2.3.2 Influencia de la rigidez del suelo. El parámetro h/L

Se ha analizado el comportamiento del momento flector de empotramiento conforme la altura de las pilas del pórtico aumenta para dos casos: Para cuando la rigidez del suelo no es infinita (caso 1, suelo elástico) y para cuando la rigidez del suelo si es infinita (Caso 2). Esto último es solo una hipótesis teórica, por muy rígido que sea el suelo este siempre tiene algo de elasticidad.

Por lo tanto, los dos casos que exponemos son exactamente iguales en todos los parámetros excepto en km, el cual en un caso vale infinito y en el otro vale 2000 kN/m.

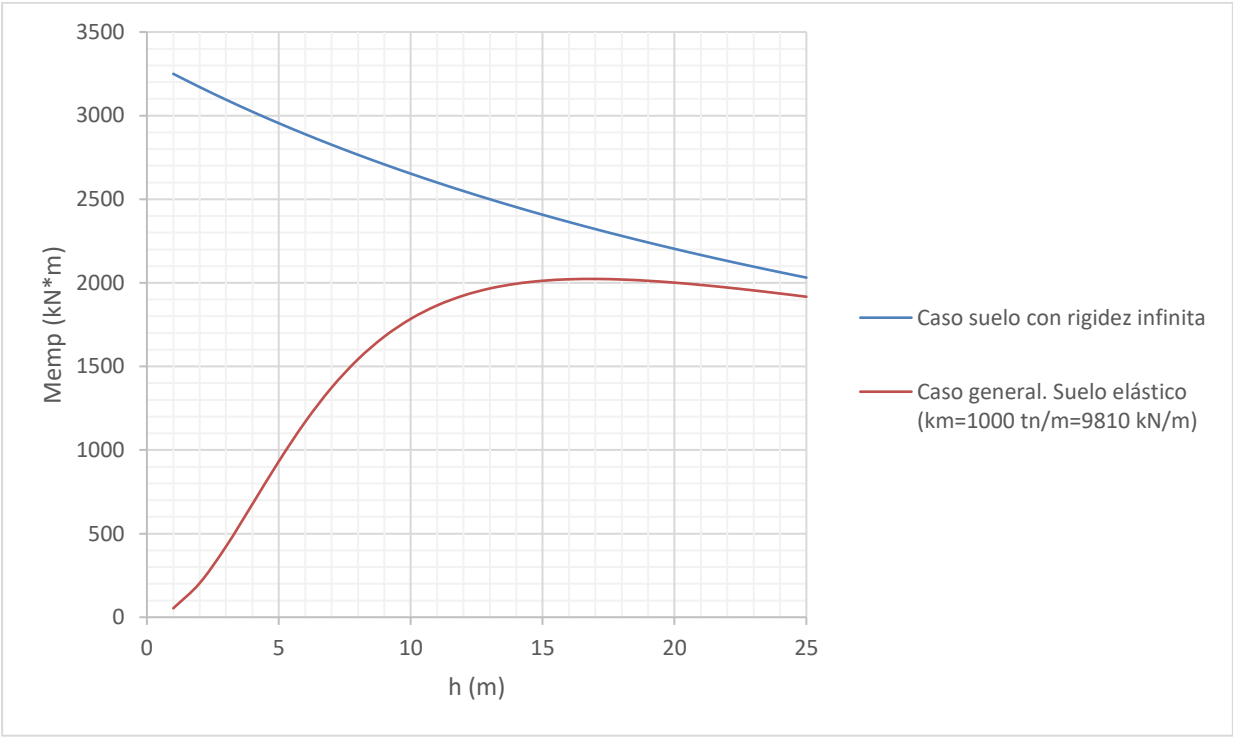


Figura 2.14 Suelo con rigidez infinita vs Suelo con rigidez finita. Memp vs h. (Estudio de D. Javier Manterola)

Como es posible ver en las expresiones de la rigidez en el giro que aporta la pila al dintel ($K_{\Theta p}$), $K_{\Theta p1}$ es menor en todo caso que $K_{\Theta p2}$. La rigidez de giro que falta en ese nudo, la del giro del dintel, es la misma para ambos casos por lo que podemos concluir con que la rigidez de giro en ese nudo es mayor cuando el suelo es infinitamente rígido (obvio). Por tanto, Φ_1 va a ser siempre mayor que Φ_2 en igualdad de condiciones (excepto en km como hemos dicho).

Esto se puede mirar como que, cuando el suelo es elástico, el dintel tiende a comportarse como bi-apoyado (reduciéndose el momento en el extremo y tendiendo la ley de momentos flectores a ser completamente positiva, sin cambios de signo). Mientras que si es suelo es muy rígido (contención que hace inamovible horizontalmente el apoyo de la pila con el suelo), el dintel sufre el conocido efecto pórtico más intensamente y la ley de momentos flectores es la de una viga bi-empotrada sin ningún matiz distinto. Vemos ahora dos figuras (Ver Figura 2.15 y Figura 2.16) en las que se visualiza esto con mucha claridad.

Se puede afirmar que Memp1 será siempre menor que Memp2, como se ve claramente en la gráfica aportada arriba (Figura 2.14). Ahora se comentan el porqué de sus formas y tendencias, esto ha sido solo una primera introducción global a los casos 1 y 2.

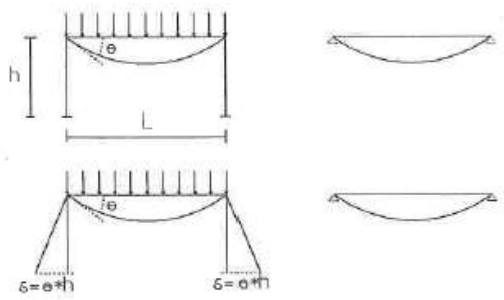


Figura 2.15 Tendencia a un comportamiento como biapoyado cuando el suelo no contiene con rigidez. ("Puentes: Apuntes para su diseño, cálculo y construcción" por Javier Manterola Armisen, Cap.9)

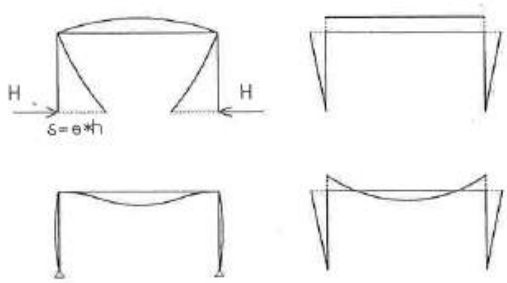


Figura 2.16 Comportamiento biempotrado cuando el suelo impide el desplazamiento horizontal de las pilas en la unión con este. ("Puentes: Apuntes para su diseño, cálculo y construcción" por Javier Manterola Armisen, Cap.9)

2.3.3 Suelo infinitamente rígido

Se estudia ahora el caso 2 con algo más de profundidad: en este caso lo que se ha analizado es la variación del Memp2 con respecto a la variación de otros dos parámetros, la altura de pila "h" como se hizo en el apartado anterior y la inercia del dintel Id (la cual se ha variado a partir del canto de la sección hd).

Ver Figura 2.17 y Figura 2.18

Memp2 disminuye en todo momento con el aumento de la altura de pila. Esto viene a decir que la altura proporciona flexibilidad a las pilas y esto hace que se reduzca la capacidad de empotramiento.

También disminuye con el aumento de la inercia del dintel. Cuanto más rígido sea el dintel, cuanto menor sea su giro, menor será el momento de empotramiento.

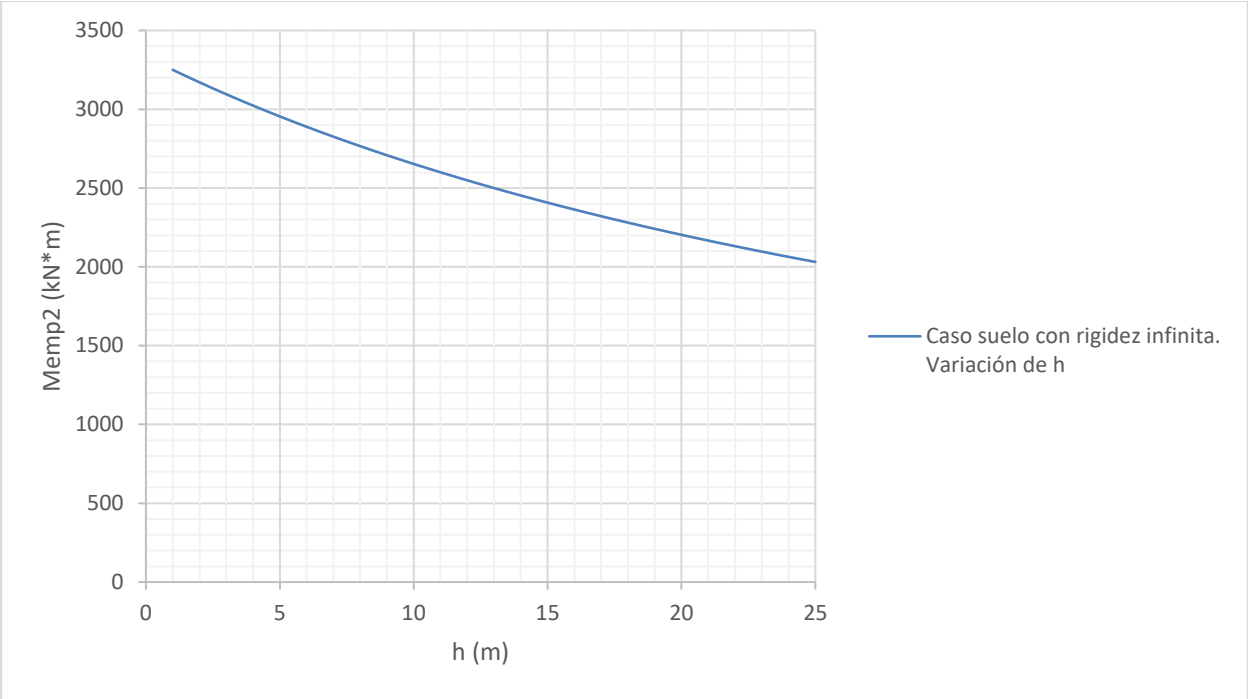


Figura 2.17 Memp2 vs h. (Estudio de D. Javier Manterola)

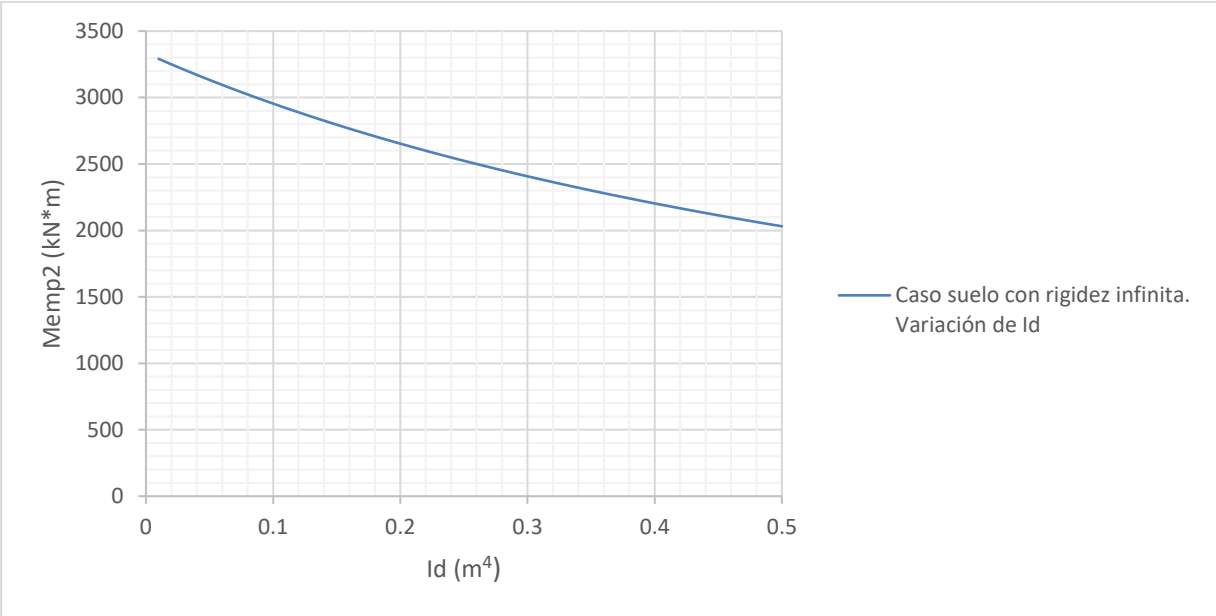


Figura 2.18 Memp2 vs Id. (Estudio de D. Javier Manterola)

2.3.4 Suelo elástico

El comportamiento estructural comparado con el caso de suelo con rigidez infinita es muy distinto como podemos comprobar en la Figura 2.4 (apartado primero).

Lo que se ha enfrentado aquí es el Memp1 con la h otra vez. En este caso se ha grafiado este enfrentamiento para distintos valores de km (rigidez del muelle que simula la rigidez del suelo) y lo que se obtiene se presenta a continuación en la Figura 2.19

Dentro de este caso 1 se encuentran ligeros matices en el comportamiento dependiendo de si la rigidez del suelo km es alta o no. Se ve que para km menores de 7357.5 kN/m el Memp1, en ningún momento, tiende a disminuir. En el caso de rigideces km mayores de 7357.5 kN/m (curva azul) sí que se aprecia una disminución en el Memp1

para alturas de pila grandes.

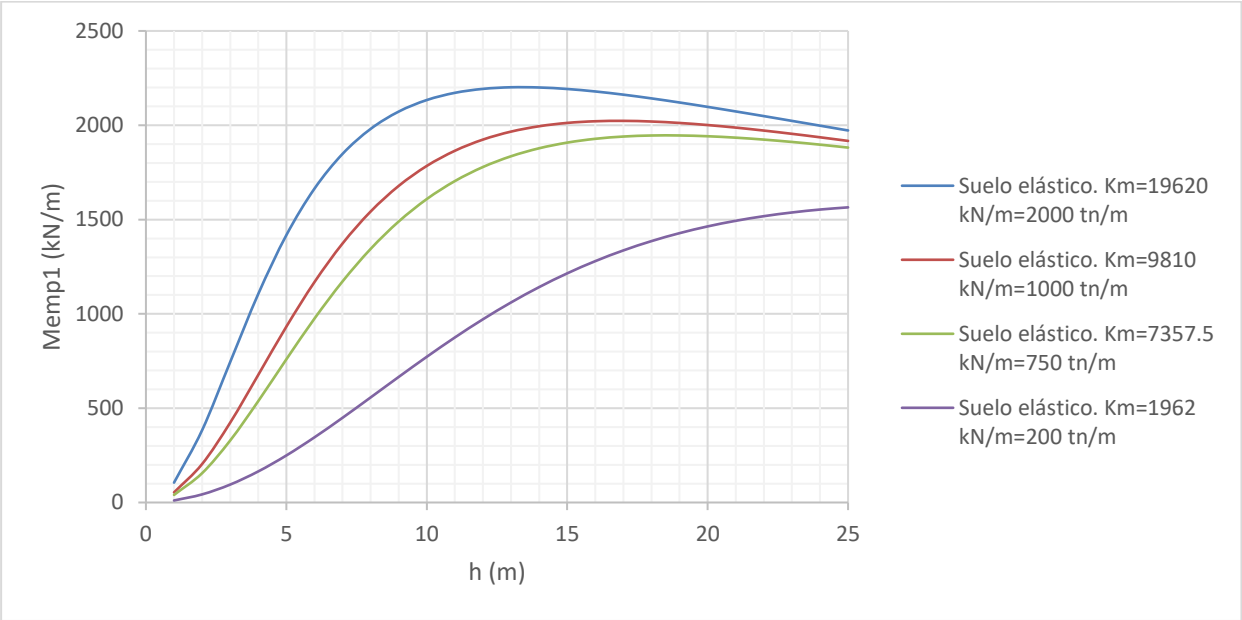


Figura 2.19 Memp1 vs h para distintos valores de km. (Estudio de D. Javier Manterola)

Este primer grupo diferenciado de km bajos ocurre el fenómeno que explicábamos en la aproximación global (el empotramiento del dintel con las pilas pierde efectividad y pasa a parecerse más a una viga bi-apoyada) con gran influencia. Además, este hecho se verá acentuado si la relación h/L (altura de pila – luz) es pequeña. Que la h sea pequeña supone que el comportamiento estructural del pórtico completo esté aún más ligado a lo que pasa en el suelo, observando que debido a esto el dintel puede llegar a perder completamente todo su momento de empotramiento. De otra forma, valores h/L grandes hacen que se distancie lo que pasa en el dintel con la interacción suelo-estructura, generándose así una especie de independencia.

Para km altos, las curvas se inician con momentos de empotramiento pequeños que van aumentando conforme la h crece (nos alejamos del suelo). Luego, para h grandes se empieza a apreciar una variación negativa del Memp1 debido a lo explicado en el caso del suelo infinitamente rígido en el que se presenta el comportamiento de Memp2 frente a h.

También apreciable en la Figura 2.19 es que el momento de empotramiento es más pequeño cuanto más elástico sea el suelo.

Por último, para concluir, se resalta la importancia de este parámetro h/L nacido de este primer análisis a la hora de mirar este tipo de estructuras: Para h pequeñas el suelo pasa a un plano principal mientras que para h grandes la influencia de la flexibilidad del suelo desaparece a efectos prácticos. O, con otras palabras, los puentes pórtico de pequeña altura son muy sensibles a las deformaciones del suelo mientras que los altos lo son menos.

3 SEGUNDO ANÁLISIS: INFLUENCIA DE LA INCLINACIÓN DE LAS PILAS

3.1 Descripción del modelo y método de cálculo

El modelo que se emplea para el análisis de este segundo caso es el que se muestra en la siguiente figura (Figura 3.1).

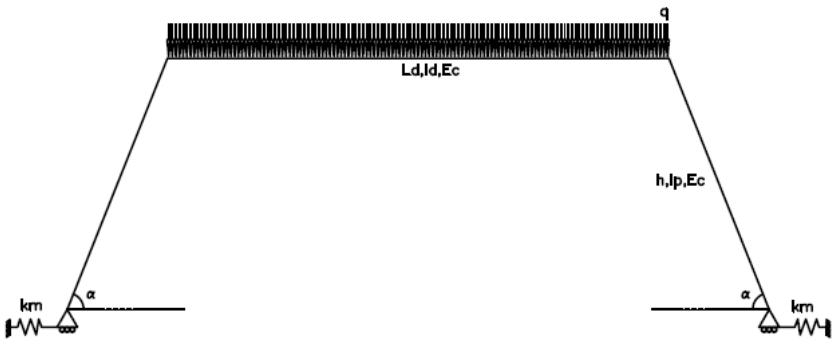


Figura 3.1 Modelo de pórtico con pilas inclinadas

El proceso de cálculo del Memp para este caso es exactamente el mismo que el seguido en el primer análisis: se sigue teniendo un problema simétrico, lo cual hace poder simplificar la estructura y dejarla tal y como se muestra en la Figura 3.2.

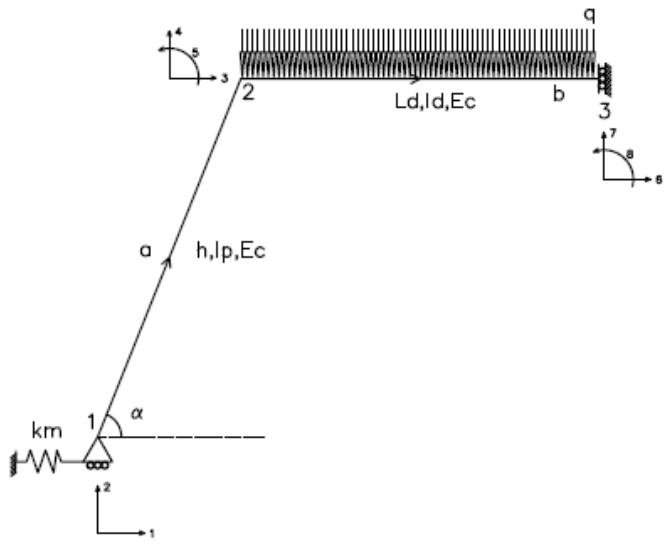


Figura 3.2 Modelo de pórtico una vez aplicada simetría

Lo único que modifica en este caso la rigidez en el empotramiento pila-dintel es la inclinación de la pila. Este ángulo α hace que la longitud de la pila que contribuye en los cálculos sea mayor y, por tanto, $K_{\Theta p}$' (contribución de la pila a la rigidez de giro en el empotramiento) se reduce.

En este problema, el proceso completo de cálculo es un poco más complejo que el caso anterior. Ya no existe solo giro en el empotramiento al despreciar las deformaciones axiles, también se da movimiento vertical

en este. A continuación, se expone todo el desarrollo matricial para al final acabar obteniendo Memp.

Las barras son “a” la pila inclinada y “b” la mitad del dintel que nos queda tras haber aplicado simetría. Sus conectividades se muestran en Figura 3.2.

Lo primero que se plantea es la matriz de rigidez global de toda la estructura a partir de los tres nudos con los que se cuenta. Una vez obtenida esta se aplicarán las simplificaciones y reducciones pertinentes, las cuales iremos comentando durante todo este apartado:

Esta estructura (Figura 3.2), la cual se resolverá por el Método Directo de la Rigidez de la Teoría de Estructuras consta de tres nudos: el primero (1) es articulado y tiene dos grados de libertad (1 horizontal y 2 vertical (coordenadas globales). No queremos estudiar su giro, aunque existe y está permitido). El segundo (2) es un empotramiento y consta de tres grados de libertad (horizontal (3), vertical (4) y el giro (5)). Por último, el nudo final que obtenemos por la condición de simetría es también un empotramiento (horizontal (6), vertical (7) y giro (8). Por tanto, contamos con dos barras, una primera que representa a la pila que es articulada-empotrada (a) y otra que representa a la mitad del dintel que es empotrada-empotrada.

La pila inclinada tiene una matriz elemental (en coordenadas locales) del tipo articulada-empotrada pero hay que girarla para así tener expresados los movimientos de los nodos en coordenadas globales.

$$k_a := L \cdot k_a' \cdot L'$$

$$L := \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 & 0 & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Donde L’ es la traspuesta de esta última matriz de giro expuesta.

$$k_a' := \begin{bmatrix} \frac{Ec \cdot Ap}{Lp} & 0 & \frac{-Ec \cdot Ap}{Lp} & 0 & 0 \\ 0 & 3\frac{Ec \cdot Ip}{Lp^3} & 0 & -3\frac{Ec \cdot Ip}{Lp^3} & 3\frac{Ec \cdot Ip}{Lp^2} \\ \frac{-Ec \cdot Ap}{Lp} & 0 & \frac{Ec \cdot Ap}{Lp} & 0 & 0 \\ 0 & -3\frac{Ec \cdot Ip}{Lp^3} & 0 & 3\frac{Ec \cdot Ip}{Lp^3} & -3\frac{Ec \cdot Ip}{Lp^2} \\ 0 & 3\frac{Ec \cdot Ip}{Lp^2} & 0 & -3\frac{Ec \cdot Ip}{Lp^2} & 3\frac{Ec \cdot Ip}{Lp} \end{bmatrix}$$

Esta matriz elemental en globales, tras las operaciones oportunas queda:

$$k_a := \begin{bmatrix} A & D & -A & -D & -P \\ D & B & -D & -B & F \\ -A & -D & A & D & P \\ -D & -B & D & B & -F \\ -P & F & P & -F & C \end{bmatrix}$$

Donde

$$A := \cos(\alpha)^2 \ \frac{Ec \cdot Ap}{Lp} + \sin(\alpha)^2 \ 3 \ \frac{Ec \cdot Ip}{Lp^3}$$

$$B := \sin(\alpha)^2 \ \frac{Ec \cdot Ap}{Lp} + \cos(\alpha)^2 \ 3 \ \frac{Ec \cdot Ip}{Lp^3}$$

$$C := 3 \ \frac{Ec \cdot Ip}{Lp}$$

$$D := \cos(\alpha) \ \sin(\alpha) \left(\frac{Ec \cdot Ap}{Lp} - 3 \ \frac{Ec \cdot Ip}{Lp^3} \right)$$

$$F := \cos(\alpha) \ 3 \ \frac{Ec \cdot Ip}{Lp^2}$$

$$P := \sin(\alpha) \ 3 \ \frac{Ec \cdot Ip}{Lp^3}$$

Por otro lado, la barra que representa a medio dintel (la cual es biempotrada) tiene una matriz de rigidez elemental en locales coincide con la de rigidez en globales. No hay, por tanto, que realizar la transformación (giro) que hicimos en el caso anterior con la pila.

$$k_b := k_b'$$

$$k_b' := \begin{bmatrix} \frac{Ec \cdot Ad}{\left(\frac{Ld}{2}\right)} & 0 & 0 & -\frac{Ec \cdot Ad}{\left(\frac{Ld}{2}\right)} & 0 & 0 \\ 0 & 12 \ \frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^3} & 6 \ \frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^2} & 0 & -12 \ \frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^3} & 6 \ \frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^2} \\ 0 & 6 \ \frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^2} & 4 \ \frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)} & 0 & -6 \ \frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^2} & 2 \ \frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)} \\ -\frac{Ec \cdot Ad}{\left(\frac{Ld}{2}\right)} & 0 & 0 & \frac{Ec \cdot Ad}{\left(\frac{Ld}{2}\right)} & 0 & 0 \\ 0 & -12 \ \frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^3} & -6 \ \frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^2} & 0 & 12 \ \frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^3} & -6 \ \frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^2} \\ 0 & 6 \ \frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^2} & 2 \ \frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)} & 0 & -6 \ \frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^2} & 4 \ \frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)} \end{bmatrix}$$

Una vez definidas las dos matrices de rigidez de cada barra, lo que se hace es plantear la matriz de rigidez completa de la estructura. Esta tendrá una estructura como la que se muestra a continuación.

$$kest := \begin{bmatrix} k_{11a} & k_{12a} & 0 \\ k_{21a} & k_{22ab} & k_{23b} \\ 0 & k_{32b} & k_{33b} \end{bmatrix}$$

Componente a componente (sin submatrices escritas de manera teórica) la matriz global quedaría así:

$$kest := \begin{bmatrix} A & D & -A & -D & -P & 0 & 0 & 0 \\ D & B & -D & -B & F & 0 & 0 & 0 \\ -A & -D & A + \frac{Ec \cdot Ad}{\left(\frac{Ld}{2}\right)} & D & P & -\frac{Ec \cdot Ad}{\left(\frac{Ld}{2}\right)} & 0 & 0 \\ -D & -B & D & B + 12\frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^3} & -F + 6\frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^2} & 0 & -12\frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^3} & 6\frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^2} \\ -P & F & P & -F + 6\frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^2} & C + 4\frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)} & 0 & -6\frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^2} & 2\frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)} \\ 0 & 0 & -\frac{Ec \cdot Ad}{\left(\frac{Ld}{2}\right)} & 0 & 0 & \frac{Ec \cdot Ad}{\left(\frac{Ld}{2}\right)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -12\frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^3} & -6\frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^2} & 0 & 12\frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^3} & -6\frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^2} \\ 0 & 0 & 0 & 6\frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^2} & 2\frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)} & 0 & -6\frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^2} & 4\frac{Ec \cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)} \end{bmatrix}$$

Ahora se aplican las condiciones de contorno y la hipótesis de deformaciones axiles nulas en esta matriz que contiene todos los grados de libertad que definen el comportamiento de la estructura. El objetivo es quedarse con K_{LL}, que es la submatriz de la global que contiene las rigideces de los grados de libertad libres de la estructura (los que decidimos estudiar).

Lo primero que aplicaremos será (Fext – ΣFemp) = (kest)*u donde:

$$Fext - \Sigma Femp \qquad \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -500 \\ -833.33 \\ 0 \\ -500 \\ 0 \end{bmatrix} \quad y \quad \begin{bmatrix} u1 \\ u2 \\ u3 \\ u4 \\ u5 \\ u6 \\ u7 \\ u8 \end{bmatrix}$$

Por tanto, lo primero que se hace es analizar los desplazamientos para ir reduciendo la matriz:

- u1 es el desplazamiento horizontal en el apoyo de la pila con el suelo y este queremos calcularlo ya que será de mucha importancia en nuestro análisis.
- u2 es cero, no existe desplazamiento vertical en el apoyo 1.

- u3 es también cero por la hipótesis de deformaciones axiles nulas (la barra horizontal no se alarga ni se acorta, por lo tanto, el desplazamiento u3 es cero ya que u6 es cero (conocido su desplazamiento debido a la información que ofrece el apoyo al que pertenece)).
- u4 es desconocido e interesa también conocerlo. Parece observarse que u4 y u1 tienen una relación, están ligados. La ligadura tiene que contemplar el que no exista alargamiento de la pila.
- u5 es el giro en el empotramiento y debe obtenerse. Es otro de los movimientos claves del sistema.
- u6 es cero. No existe movimiento horizontal en el nudo 3 por simetría.
- u7 es distinto de cero y queremos calcularlo. Es de gran importancia porque es la flecha del dintel.
- u8 es cero, también por simetría.

Por tanto, se eliminan de la matriz global las columnas y las filas 2,3,6 y 8 (no interesa el cálculo de reacciones tampoco).

La kest queda tras esta primera modificación:

$$kest := \begin{bmatrix} A & -D & -P & 0 \\ -D & B+12\dfrac{Ec\cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^3} & -F+6\dfrac{Ec\cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^2} & -12\dfrac{Ec\cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^3} \\ -P & -F+6\dfrac{Ec\cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^2} & C+4\dfrac{Ec\cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)} & -6\dfrac{Ec\cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^2} \\ 0 & -12\dfrac{Ec\cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^3} & -6\dfrac{Ec\cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^2} & 12\dfrac{Ec\cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^3} \end{bmatrix}$$

u3 toma el valor cero debido a la suposición de deformaciones axiles nulas y, además, es un fenómeno que se ve muy claramente en la matriz de rigidez: A + Ec*Ad/(Ld/2) es la rigidez en la dirección axial del dintel (u3). Ec*Ad/(Ld/2) y el término $\cos(\alpha)^2$*Ec*Ap/Lp (contenido en "A") son muy grandes comparado con el otro término (de flexión) de esta rigidez. Como la deformación axial es muy pequeña comparada con la de flexión, se desprecia esta. Por lo que u3 es cero debido a que u6 también lo es. Esto mismo no lo podemos hacer en los grados de libertad 1 y 4 ya que no son cero totalmente al despreciar deformaciones axiles: debemos transformar los mismos para reducir sus rigideces y dejar solo aplicando las de flexión. Esta transformación consiste en la aplicación de una matriz de transformación (T) que contiene la ligadura de los desplazamientos u1 y u4. Para que no exista axialmente deformación en la pila la proyección del desplazamiento u4 sobre esta tiene que ser igual a la proyección del desplazamiento u1 sobre la misma (u1*cosα=u4*senα). De esta forma, el sistema queda:

T'*F=(T'*kest*T)*u

Donde F es el vector de fuerzas (exteriores y de empotramiento), kest está arriba mostrada, u es el vector de desplazamientos libres a determinar y T es esta matriz de transformación que hace pasar de un sistema de ecuaciones de cuatro incógnitas (u1, u4, u5, u7) a otro de tres (u1, u5, u7) tras saber cómo u1 y u4 se relacionan. Esta matriz tiene la siguiente forma:

$$T := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \dfrac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Y T' es su traspuesta.

A kest también le falta el muelle que modela al suelo. Es una rigidez (km) que afecta solo al movimiento u1,

por lo que simplemente se suma en el elemento 1,1 de la matriz kest.

Se computa la ecuación expuesta arriba en Excel para obtener los desplazamientos u1, u5 y u7, resolviendo el sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas. Después u4 se calcula aparte con la ecuación que relaciona u4 y u1.

Con estos desplazamientos de la estructura, lo siguiente es conmutarlos en la matriz de rigidez elemental del dintel, con el vector de cargas pertinente. De esta forma se calcula el momento de empotramiento en ese extremo. La barra que modela la mitad del dintel tiene una matriz de rigidez elemental es muy sencilla (no está girada y es la de una barra de tipología estructural empotramiento-empotramiento)

Se aplica esta vez $F = (k_a)*u + \Sigma Femp$ para calcular Memp, que es el momento flector en el nudo 2.

3.2 Valores de las variables

Las variables que están involucradas en este problema y sus valores se numeran a continuación:

Son las mismas que en el análisis anterior más el ángulo α que indica el ángulo de inclinación de la pila. Se recuerdan:

- Ip= 0.2607506 m^4; inercia de la pila a flexión.
- Id= 0.2034505 m^4; inercia del dintel a flexión.
- Ld= 20 m; longitud total del dintel.
- q= 100 kN/m; carga uniforme distribuida a lo largo de todo el dintel.
- Ec= 30000000 kN/m^2; módulo de elasticidad del hormigón (secante).
- km; en kN/m, es la constante elástica del muelle que representa el comportamiento del suelo. No tiene un valor determinado, lo variaremos para ver cómo influye éste al pórtico de pilas inclinadas.
- h=10 m; altura del pórtico. Esto es constante, lo va a variar es el siguiente parámetro, que es la longitud de la pila, que será como tenga que ser para que, con el ángulo de inclinación que tenga, llegue a una altura de 10 metros.
- Ld=10/sin(α); longitud de la pila.
- "α"; ángulo de inclinación de la pila.

3.3 Validación del procedimiento de cálculo

Se adjunta la Tabla 3.1 en la que se pueden ver los valores de Memp para tres casos particulares de puentes que se especifican. En este estudio y en el siguiente la comprobación del cálculo matricial realizado se realiza solo con una fuente comparativa (Midas Civil), no como en el primer análisis en el que también contábamos con lo realizado por D. Javier Manterola Armisen en sus apuntes [2].

El error es mínimo y se tiene la certeza que proviene del cálculo con elementos finitos que implementa Midas Civil. El valor proveniente del cálculo matricial es exacto.

La única variable que cambia es km. Las demás son exactamente las mismas que en el primer estudio, con la adicción de α=60º por la inclinación de las pilas: h=10 m, Ld=20m, Ec=30000000 kN/m, Id=0.2034505 m^4, Ip=0.2607506 m^4 y q=100 kN/m.

	Tras cálculo matricial	Midas Civil	Error relativo máximo (%)
Caso A (km=1962 kN/m)			
Memp1 (kN/m)	3315.945	3315.6	0.010404274

Caso B (km=19620 kN/m)			
Memp1 (kN/m)	-953.998	-947.6	0.670651301
Caso C (km=infinito)			
Memp2 (kN/m)	-2563.473	-2600.65	1.429527234

Tabla 3.1 Valores de los momentos de empotramiento para casos específicos, calculados a través de dos procedimientos distintos.

Por último, también se expone una serie de imágenes de esta tipología de puentes pórtico en las que se observa el diagrama de momentos flectores en todos los elementos para los tres casos recogidos en la tabla, la deformada y la indeformada. Se observa un cambio de comportamiento muy importante con la única modificación de las condiciones del suelo (km). En el apartado de análisis se ahondará más en esto.

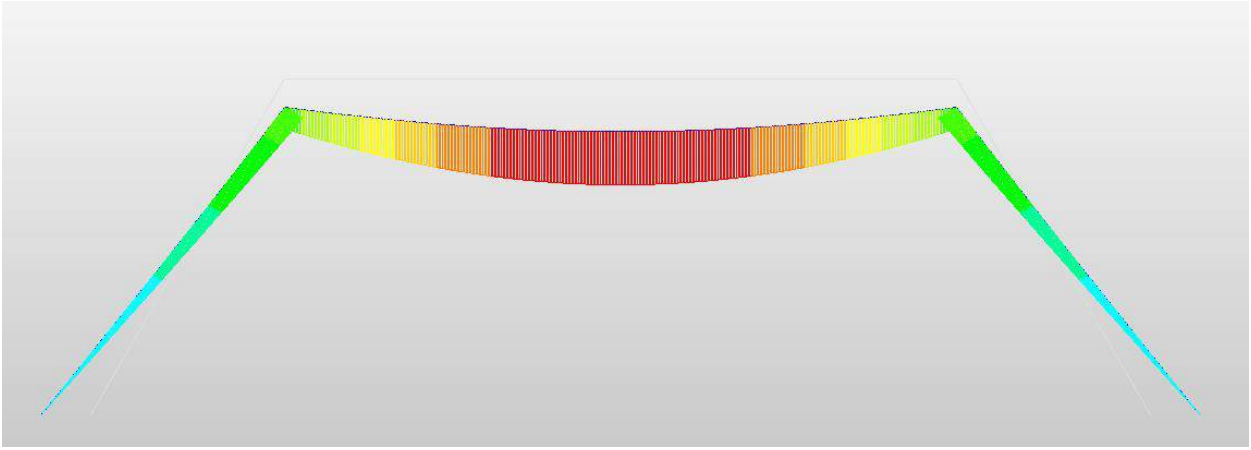


Figura 3.3 Diagrama de momentos flectores del puente pórtico de pilas inclinadas 60º (más las demás características comentadas en este apartado) para km=1962 kN/m

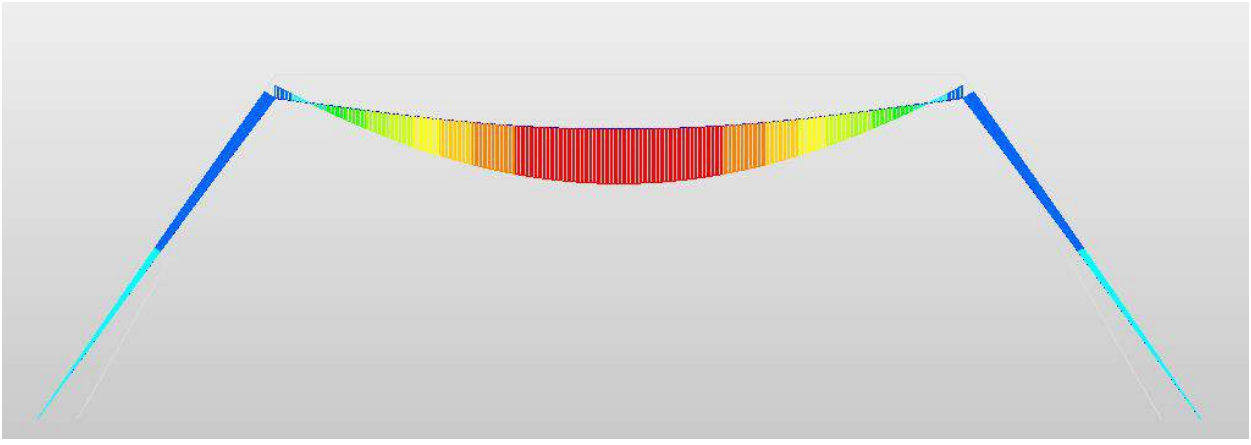


Figura 3.4 Diagrama de momentos flectores del puente pórtico de pilas inclinadas 60º (más las demás características comentadas en este apartado) para km=19620 kN/m

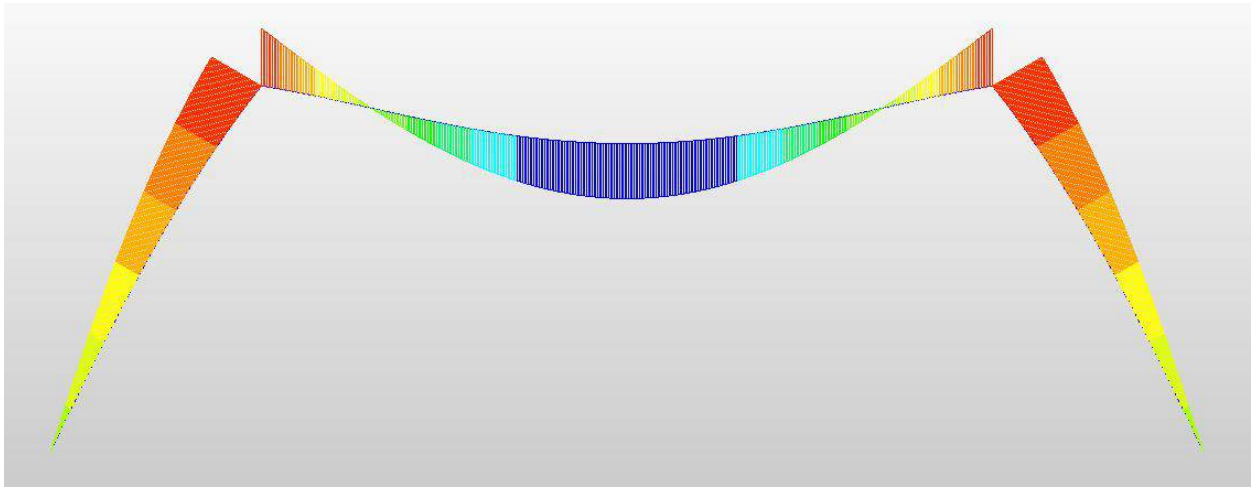


Figura 3.5 Diagrama de momentos flectores del puente pórtico de pilas inclinadas 60º (más las demás características comentadas en este apartado) en un suelo infinitamente rígido.

3.4 Resultados

3.4.1 Introducción

En este segundo estudio se encuentran Memp positivos y negativos, por lo que no se ha cambiado el signo como sí se hizo en el primer análisis. Los resultados que se obtienen, tal y como se obtienen, se grafían.

3.4.2 Análisis de resultados

En este caso la expresión del momento de empotramiento es bastante más compleja que la del caso anterior, en el que analíticamente nos hacíamos con una fórmula intuitiva y clara en forma. Por tanto, se trabaja directamente con valores del Memp para las distintas casuísticas que se plantean, los cuales se agrupan en gráficas que ayudan a ganar perspectiva a la hora de obtener conclusiones y razonamientos de los distintos comportamientos estructurales del puente pórtico de pilas inclinadas.

El cálculo no deja de ser matricial, solo que se ha automatizado todo el proceso en una hoja de cálculo de Excel, en la que poder jugar con las variables y obtener ciertas gráficas de ciertos conjuntos de datos.

- La Figura 3.3 es la primera que se analiza:

En esta primera gráfica de este segundo análisis lo que se representa son los distintos valores de los momentos flectores en el dintel en su unión con la pila para distintos ángulos de pilas y, estas curvas a su vez, para distintos suelos modelizados (elásticos e infinitamente rígido).

Se ha cortado en el ángulo 30º, ya que esta tipología para ángulos menores de 30 no tiene mucho sentido. Pese a eso, con los valores de Memp para los ángulos menores de 30º hasta 5º se sigue contando porque nos aportan ciertas conclusiones y aclaraciones. No solo estas, sino todas, se listan a continuación:

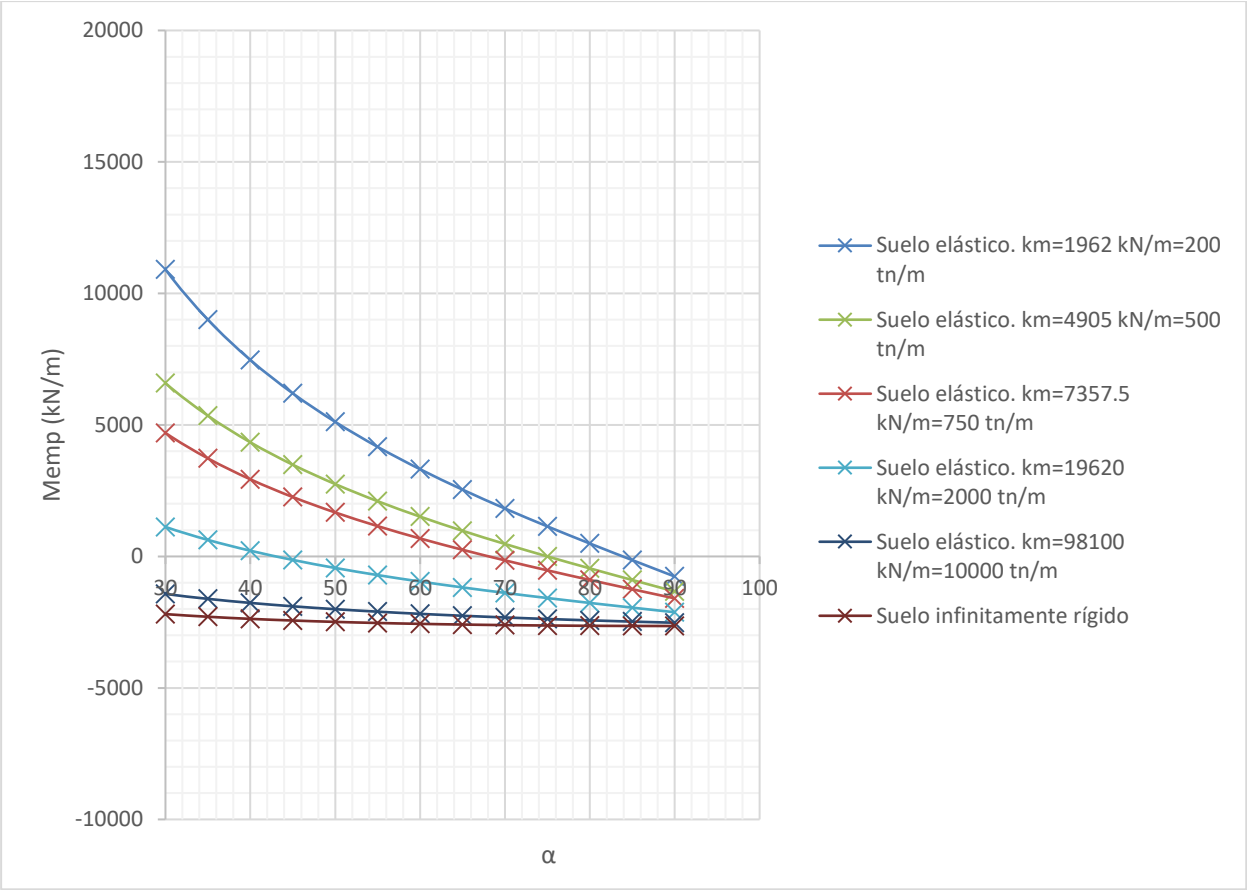


Figura 3.6 Memp vs α para distintos suelos con distintos valores de km

Los suelos menos rígidos dan momentos positivos en el arranque del dintel, dicho momento positivo es mayor cuanto más flexible es el suelo, y permanece positivo para ángulos mayores cuanto más flexible es el suelo. A menos km el desplazamiento horizontal del apoyo es mayor y esto implica mayor giro en ese nudo. A más giro y a igualdad de rigidez debida a los elementos estructurales que concurren en él, el momento positivo será cada vez más grande (f=ku). Km disminuye, por tanto, y Memp positivo aumenta.

Después, para cada km se corta el eje de la gráfica en un punto distinto. Es decir, el paso de momento positivo a negativo es diferente en cada caso. En todos los casos de suelos elásticos, aún para los casos de suelos de mucha rigidez, se empieza con valores de momentos positivos. La excepción es el suelo infinitamente rígido (idealización teórica recordemos), que parte de un momento negativo, incluso en el punto donde en los demás casos se parte de momento positivo máximo. Máximo y positivo en todos los casos elásticos porque, aparte de la elasticidad del suelo, la pila para esos grados es muy grande y su resistencia a flexión muy pequeña. Se recuerda que la altura de pila se mantiene constante y que al disminuir el ángulo su longitud aumenta. En definitiva, se incita al movimiento de u4 y u1. Además, tampoco h es demasiado grande como para que la rigidez en el empotramiento se vea un poco desligada de lo que ocurre en el suelo.

Este cambio de signo del momento de empotramiento se produce antes mientras más grande sea el ángulo de pila y más rígido sea el suelo. Lo contrario pasa para ángulos pequeños y con suelos poco rígidos. Como ya se concluyó en el primer análisis, los suelos más elásticos tienden a hacer que el tablero se comporte como bi-apoyado y esto se ve más acentuado si además las pilas están inclinadas. El cambio se da incluso con pilas muy tendidas si el suelo es muy rígido. En este último caso el pórtico se asemeja a un arco, dejando el nudo pila-dintel por encima del antifunicular de las cargas, creando en esa zona un momento negativo además del fuerte axil debido al arco tan rebajado. La flexibilidad del suelo convierte al arco en una viga curva.

Las ventajas estructurales que tiene contar con un tablero en el que existen momentos negativos en los empotramientos y positivos en el centro del vano se comentaron en el apartado 2.3.1 del primer análisis.

- En esta segunda figura (Figura 3.7) se enfrenta el momento de empotramiento del caso de puente pórtico de pilas inclinadas 60º con distintos valores del muelle unidimensional que modeliza el suelo.

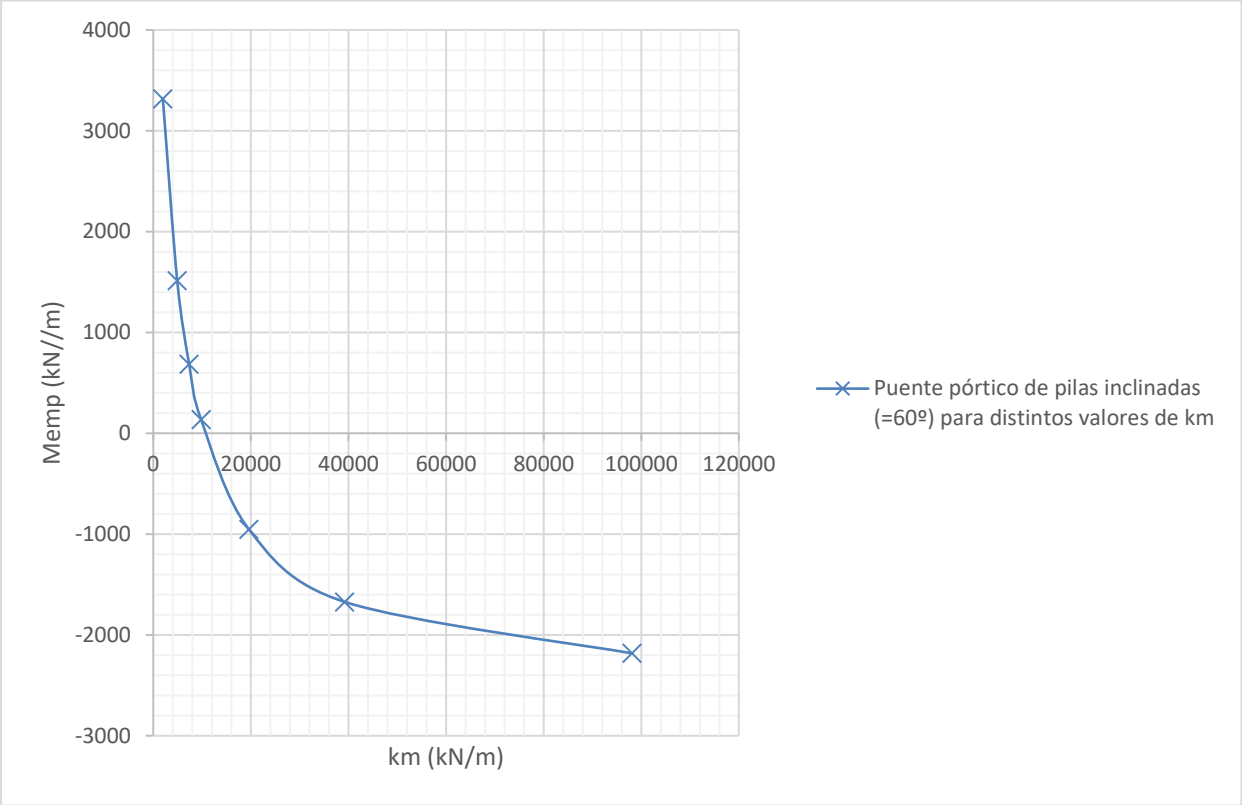


Figura 3.7 Memp vs km para un caso fijo de puente pórtico con las características expuestas en el apartado 3.2 con un ángulo de inclinación de pilas α=60º

También, como en el caso anterior, se observa una tendencia negativa en la gráfica. Para valores pequeños de km obtenemos valores del Memp positivos y grandes y mientras nos movemos hacia valores más grandes de km el Memp disminuye hasta hacerse negativo haciéndose poco a poco más negativo.

Se observa además que la variación o derivada de esta gráfica para valores de km pequeños (de 0 kN/m a 20000 kN/m) es mucho más grande o abrupta que para la zona correspondiente a valores de km entre 20000 kN/m y 100000 kN/m, en la que se horizontaliza bastante. Se observan las dos tendencias bastante claramente. A partir de aproximadamente 20000 kN/m la variación del Memp negativo es más bien pequeña, mientras que de 0 a ese valor de constante elástica es descenso es muy brusco. Esto nos da información de qué rangos de km nos ofrecen estabilidad o inestabilidad en cuanto a la respuesta del puente pórtico (la cual sustraemos al Memp). Por lo que, valores de km menores de 20000 kN/m serían peligrosos ya que km en la realidad puede cambiar (cosa que no deberíamos dejar que pasase) y, dentro de la inestabilidad de esa franja, la estructura puede pasar a comportarse de una manera muy distinta a la preconcebida para su dimensionamiento y armado, lo cual puede ser un problema de gran envergadura. Este cambio de tendencia en km=20000 kN/m se mantiene también para puentes pórtico de pilas inclinadas con otros ángulos como se aprecia en la figura que se adjunta a continuación.

- Se continúa con una tercera gráfica que pone en visualización exactamente lo comentado en la anterior (Memp vs km) pero con el caso del puente pórtico de pilas rectas solapado. Como se contempla, el comportamiento de ambas estructuras cuando km varía es ligeramente distinto debido a varios matices que se comentan ahora:

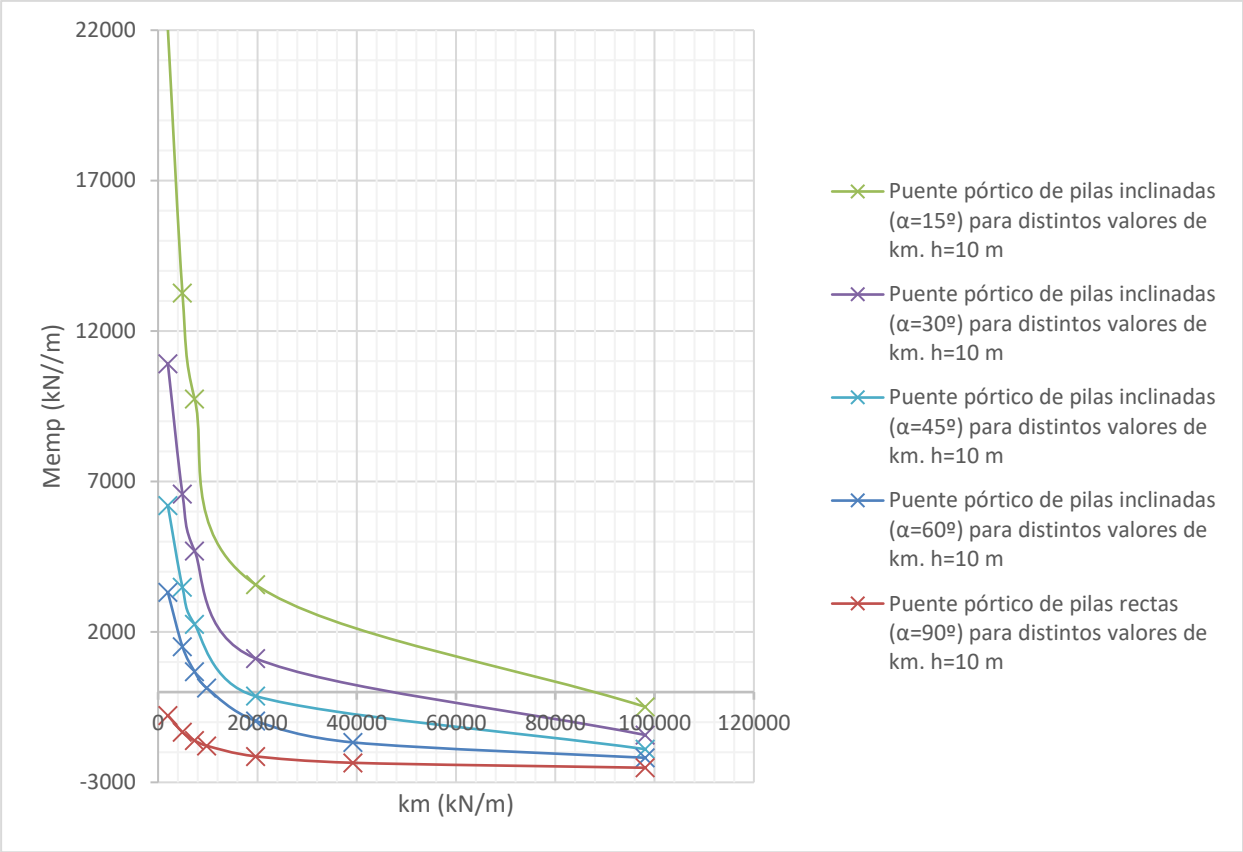


Figura 3.8 Memp vs km para el caso anterior de pilas inclinadas (α=60º) y para el caso de pilas rectas analizado en el primer estudio

Como se aprecia, las pilas rectas no generan para ningún caso de km (ni para los valores más pequeños) momentos flectores de empotramiento positivos en el empotramiento de la pila con el dintel. Esto "siempre" se da con esta tipología básica, por tanto, se cuenta con la certeza de que, si se usa esta, aparecerá una distribución de momentos que contiene negativos en los empotramientos y positivos cuando nos acercamos al centro del vano. Diríamos entonces que las pilas rectas aportan "siempre" unas características resistentes que nos convienen. Estos últimos "siempre" entrecomillados, puesto que no se están discutiendo todos los posibles casos, si no, uno en especial con unas proporciones que consideramos razonables de h=10 m y Ld=20 m ante también un caso determinado de carga. Por otro lado, la inclinación de pilas, pese a que te brinda la opción de alcanzar luces más grandes y, por lo tanto, un rango funcional más grande, puede llevar consigo ciertos problemas estructurales en el dintel fundamentalmente que, si no se suplen dándole altura a las pilas y con suelos de bastante buena calidad, nos deberían hacer pensar en otra tipología.

En estos puentes testeados, como se puede observar en la zona negativa, el momento de empotramiento aumenta (cada vez es más negativo) conforme km toma valores cada vez más grandes. El giro del empotramiento es mayor cuanto más pequeño sea km (como demostramos en la Figura 3.3), por lo tanto, Memp, cuando es positivo, aumenta cuando km disminuye. Para el otro lado, cuando Memp es negativo, aumenta esta negatividad mientras km aumenta ya que, cuanto más grande sea km menos opciones tiene el empotramiento de comportarse con momento flector positivo y más de propiciar el cambio de curvatura cada vez más acentuado en la unión.

Apreciable es también la diferencia de magnitud de los momentos de empotramiento negativos para un caso y

otro, claramente visualizable por la franja que existe entre ambas curvas cuando km va aumentando. Esto puede verse como un contra de los puentes pórticos de pilas rectas, que ofrecen una ley de momentos flectores más apropiada "siempre", pero claro, con el coste de lo que supone el que Memp suba a un valor entre 200 kN*m y 1000 kN*m más grande en los empotramientos.

- Esta última gráfica (Figura 3.9) de este segundo análisis presenta la interacción del Memp con la altura de pila (h), muy interesante y diversa para los distintos casos representados.

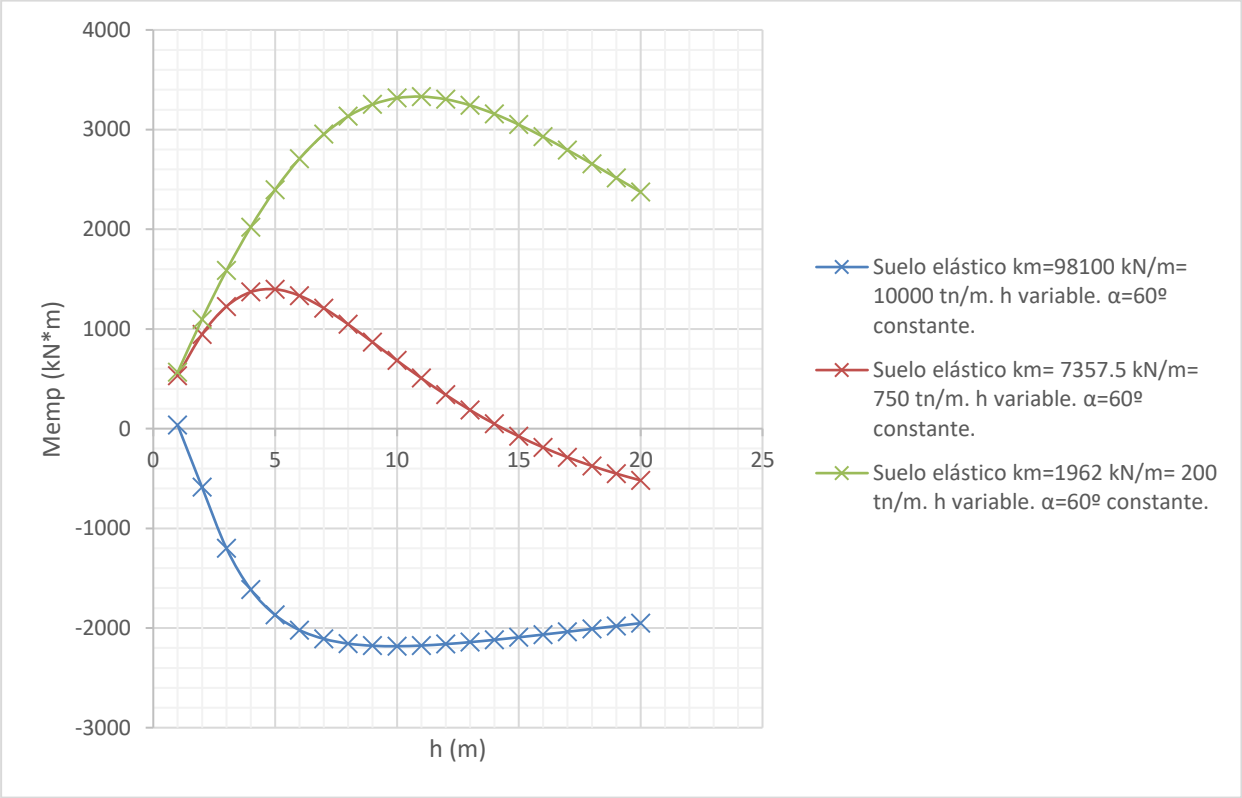


Figura 3.9 Memp vs h para tres casos de puentes con α=60º y suelos modelados con tres constantes elásticas diferentes

Mientras que en el caso de pilas rectas del primer análisis todas las gráficas se encontraban en el mismo cuadrante (el primero, pero con el momento flector negativo en todos los casos. Representado arriba simplemente por cuestiones de claridad y facilidad en la visualización/análisis), en este caso de pilas giradas algunos grados encontramos una casuística mucho más variada. Existe una rigidez que solo presenta Memp positivo cuando h aumenta, otro que solo presenta Memp negativo y un caso mixto. Esta diversidad no se da en los puentes de pilas rectas, cuyo comportamiento está obviamente influenciado por km (ver Primer Análisis), pero no tanto como en pilas inclinadas.

La curva en verde es la de un puente pórtico de pilas inclinadas 60º con un suelo "blando" con una constante elástica que lo modeliza bastante pequeña de 200 tn/m. Este puente no tendrá momento flector de empotramiento negativo para ninguna h. Un suelo tan flexible no consigue el cambio de signo que a priori se busca en el dintel. Memp es muy bajo o casi cero cuando las alturas de pila son muy pequeñas ya que, debido a la fuerte influencia del suelo, el dintel tiende a comportarse como biapoyado. Esta tendencia a cero del Memp debido a este fenómeno va desapareciendo conforme h aumenta y la estructura, al alejarse de la interacción suelo-estructura, empieza a verse con Memp positivos más grandes. Este aumento pasa, a partir de alturas de pila del orden de 10 m, a disminuir. Se dice entonces que el pórtico está tan alejado de lo que pasa en el suelo que empieza a perderse capacidad de empotramiento por la flexibilidad de la pila.

Este mismo comportamiento se da en el puente de la curva en azul, exactamente igual, pero con un suelo de muy buenas condiciones modelizado con un km=10000 tn/m. Parte de cero, aumenta el momento negativo y,

para alturas del orden de 10 m, empieza a disminuir este. Lo único es que este Memp es para toda h negativo. Existe una reacción horizontal por parte del suelo de tan buena calidad que en ningún caso el empotramiento sufre momento positivo.

El caso mixto, con km=750 tn/m empieza con Memp positivo aumentando hasta h=5 m (valores mucho más bajos los de la curva verde) y después viene la variación negativa del mismo que acaba incluso con Memp negativos para alturas de pila entre 15 y 20 metros.

4 TERCER ANÁLISIS: INFLUENCIA DE LOS VANOS DE COMPENSACIÓN

4.1 Descripción del modelo y método de cálculo

Este es el tipo de puente que se intenta modelizar ahora: Ver Figura 4.1 [15]

Figura 4.1 Puente pórtico tipo Strut Frame de la Autovía A-381 en Medina Sidonia (Cádiz, Andalucía, España)

Este tercer análisis que se llevará a cabo se centrará en cómo afectarían unos vanos de compensación si se añadiesen a un puente pórtico de pilas inclinadas o de pilas rectas. Esta tipología que se crea, encuadrada en el apartado 1.1.2 de tipos de puentes pórtico, se muestra en la Figura 4.1 modelizada.

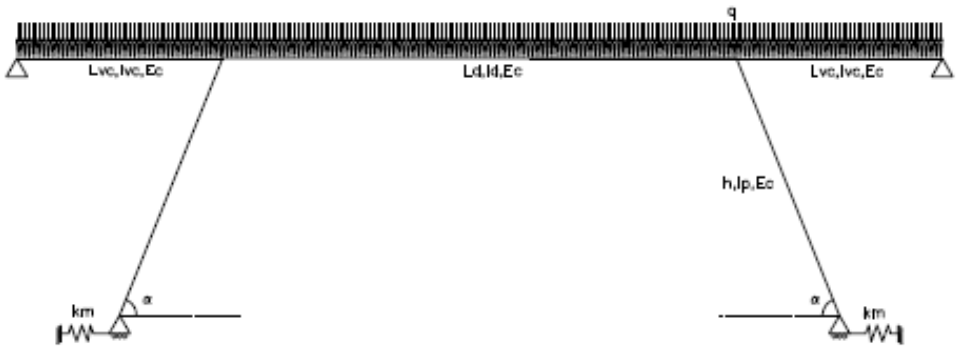


Figura 4.2 Strut frame modelo en el que nos basaremos en este tercer análisis. Las variables involucradas en el problema se especifican en el gráfico.

La simetría, como se puede apreciar, continúa vigente, por lo que lo primero que se hará será aplicarla y quedarnos con la mitad de la estructura para trabajar más cómoda y eficazmente.

La Figura 4.3 contempla este paso y en ella también se puede ya distinguir las conectividades y la numeración de los grados de libertad en nudos, todo de bastante importancia en el inicio de cualquier problema de cálculo matricial.

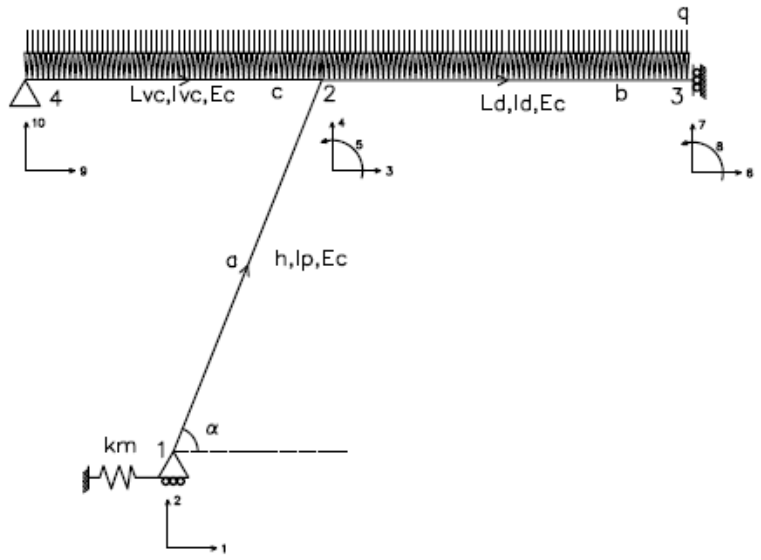


Figura 4.3 Puente pórtico tras aplicación de simetría con grados de libertad enumerados y conectividades.

En este caso ni k_a ni k_b cambian en comparación al caso anterior. Lo único distinto es la adición de la matriz de rigidez del vano de compensación k_c en la matriz de rigidez global de la estructura. Esta matriz es la correspondiente a la de una barra articulada-empotrada sin giro, por lo que, como en el caso de k_b, k_c=k_c'.

Esta matriz elemental del vano de compensación es:

$$k_c := \begin{bmatrix} Ec \cdot \frac{Avc}{Lvc} & 0 & -Ec \cdot \frac{Avc}{Lvc} & 0 & 0 \\ 0 & 3 \cdot Ec \cdot \frac{Ivc}{Lvc^3} & 0 & -3 \cdot Ec \cdot \frac{Ivc}{Lvc^3} & 3 \cdot Ec \cdot \frac{Ivc}{Lvc^2} \\ -Ec \cdot \frac{Avc}{Lvc} & 0 & Ec \cdot \frac{Avc}{Lvc} & 0 & 0 \\ 0 & -3 \cdot Ec \cdot \frac{Ivc}{Lvc^3} & 0 & 3 \cdot Ec \cdot \frac{Ivc}{Lvc^3} & -3 \cdot Ec \cdot \frac{Ivc}{Lvc^2} \\ 0 & 3 \cdot Ec \cdot \frac{Ivc}{Lvc^2} & 0 & -3 \cdot Ec \cdot \frac{Ivc}{Lvc^2} & 3 \cdot Ec \cdot \frac{Ivc}{Lvc} \end{bmatrix}$$

Y, si se añade esta contribución a la matriz global de la estructura, esta quedaría:

$$kest := \begin{bmatrix} k_{11a} & k_{12a} & 0 & 0 \\ k_{21a} & k_{22abc} & k_{23b} & k_{24c} \\ 0 & k_{32b} & k_{33b} & 0 \\ 0 & k_{42c} & 0 & k_{44c} \end{bmatrix}$$

Donde las letras son las barras a las que corresponden esas submatrices de rigidez y, por ejemplo, el caso de k_{22abc} corresponde a la suma de las submatrices k_{22} de las barras a, b y c.

Esta k_{est} componente a componente, si se expanden las submatrices y si se selecciona solo la parte útil de la misma (eliminando columnas y filas debido a los desplazamientos nulos y a las reacciones (que no nos interesan calcular)), quedaría de esta forma:

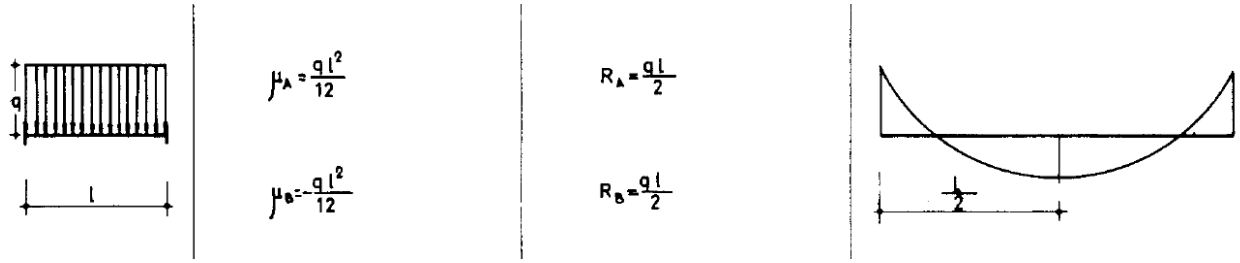
$$kest := \begin{bmatrix} A & -D & -P & 0 \\ -D & B+12\dfrac{Ec\cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^3}+3\cdot Ec\cdot\dfrac{Ivc}{Lvc^3} & -F+6\dfrac{Ec\cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^2}-3\cdot Ec\cdot\dfrac{Ivc}{Lvc^2} & -12\dfrac{Ec\cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^3} \\ -P & -F+6\dfrac{Ec\cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^2}-3\cdot Ec\cdot\dfrac{Ivc}{Lvc^2} & C+4\dfrac{Ec\cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)}+3\cdot Ec\cdot\dfrac{Ivc}{Lvc} & -6\dfrac{Ec\cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^2} \\ 0 & -12\dfrac{Ec\cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^3} & -6\dfrac{Ec\cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^2} & 12\dfrac{Ec\cdot Id}{\left(\frac{Ld}{2}\right)^3} \end{bmatrix}$$

Y, como se observa y es lógico, los grados de libertad libres tras la incorporación de los vanos de compensación son los mismos (u9 y u10 del apoyo articulado son cero). Siguen siendo los desplazamientos que calcularemos los correspondientes a los grados de libertad 1,4,5 y 7, es decir, u1, u4, u5 y u7.

Además de esta pequeña modificación en la matriz de rigidez de la estructura, debido a que el vano de compensación está también en carga (carga distribuida uniforme por unidad de longitud (q=100 kN/m)), también existe un cambio en el vector de cargas del problema.

Las fuerzas de empotramiento que aplican ahora no son solo las del dintel, sino que también el vano de compensación va a añadir su contribución en ese aspecto en los movimientos libres del nudo 2.

Ese momento μ y la reacción R_A se suman a las fuerzas de empotramiento del dintel, las cuales son:



De este modo, el vector de fuerzas de empotramiento que aplicaremos para el cálculo de los movimientos libres será:

$$F := \begin{bmatrix} F_1 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_7 \end{bmatrix}$$

Donde,

$$F_1 := 0$$

$$F_4 := -q \cdot \frac{Ld}{4} - \frac{5}{8} \cdot q \cdot Lvc$$

$$F_5 := -q \cdot \frac{Ld^2}{48} + q \cdot \frac{Lvc^2}{8}$$

$$F_7 := -q \cdot \frac{Ld}{4}$$

Se observa que el vano de compensación, puesto que para el cálculo de desplazamientos simplemente computaremos en Excel el sistema F=kest*u, afecta al vector de fuerzas aumentando la vertical hacia abajo del grado de libertad 4 y reduciendo el momento en el grado de libertad 5 de giro.

Se comentará más adelante, a través de un análisis gráfico de distintos comportamientos de este puente cuando ciertos parámetros cambian, qué diferencias provocan estos cambios en las fuerzas y en las rigideces expuestos arriba con respecto a los casos anteriores, al simplemente introducir vanos que alargan algo más el central.

Lo último que falta por explicar del proceso de cálculo del Memp en este caso es, eso mismo, cómo se obtiene Memp una vez conocidos los desplazamientos.

$F=k_a*u - \Sigma Femp$

Se saca Memp de la ecuación de arriba, en la que se aplican los movimientos globales calculados a las rigideces elementales de la barra biempotrada (medio dintel), con, también, las fuerzas de empotramiento locales en esa barra (fuerzas exteriores en nudos no hay).

4.2 Valores de las variables

Las variables involucradas en este tercer análisis son exactamente las mismas que en los estudios anteriores, por lo que no vamos a nombrarlas otra vez. Lo único que cambia en este desarrollo es que se añaden tres nuevas debido a la inclusión de los vanos de compensación en nuestros cálculos.

- Lvc= 6 m; Longitud del vano de compensación. Para los análisis llevados a cabo en Figura 4.3, Figura 4.4 y Figura 4.5 la longitud de los vanos de compensación es constante e igual a seis. Es un valor razonable en cuanto a proporción cuando tienes un dintel de veinte metros y, por esto, nos ofrecerá unos resultados en los que el comportamiento de los distintos puentes se ve afectado por estos. En la Figura 4.6 se varía Lvc y toma valores de un metro a quince.
- Ivc= 0.2034505 m^4; Inercia del vano de compensación a flexión. Es, por lógica, establecida igual a Id.

Avc no entra en juego debido a que sigue aplicando la hipótesis de deformaciones axiles nulas.

4.3 Validación del procedimiento de cálculo

Este apartado es exactamente igual que el del segundo estudio. La Tabla 4.1 muestra la comparativa de resultados obtenidos a través de nuestro procedimiento matricial y de Midas Civil. Se trabaja como puede verse con valores correctos y más exactos que los proporcionados por Midas Civil.

En este estudio paramétrico, las variables que se le suman a las del estudio anterior son dos: Lvc=6 m y Ivc= 0.2034505 m^4. Los valores de las demás son exactamente iguales: se estudia un puente exactamente igual al ensayado en el segundo análisis con la simple incorporación de dos vanos de compensación.

	Tras cálculo matricial	Midas Civil	Error relativo máximo (%)
Caso A (km=1962 kN/m)			
Memp1 (kN/m)	4725.559	4728.5	0.062236023
Caso B (km=19620 kN/m)			
Memp1 (kN/m)	-783.007	-780.3	0.345718493
Caso C (km=infinito)			
Memp2 (kN/m)	-3024.2878	-3017.9	0.21166374

Tabla 4.1 Valores de los momentos de empotramiento para casos específicos, calculados a través de dos procedimientos distintos.

Y, por último, siguiendo con la estructura llevada a cabo en cada estudio paramétrico, se adjuntan las tres figuras con los diagramas de momentos de los tres strut frames rodados en Midas Civil para la obtención de los Memp en cada caso y así poder comprobar nuestros cálculos. Sobre el comportamiento de esta tipología y cómo afectan los vanos de compensación se hablará en el siguiente punto.

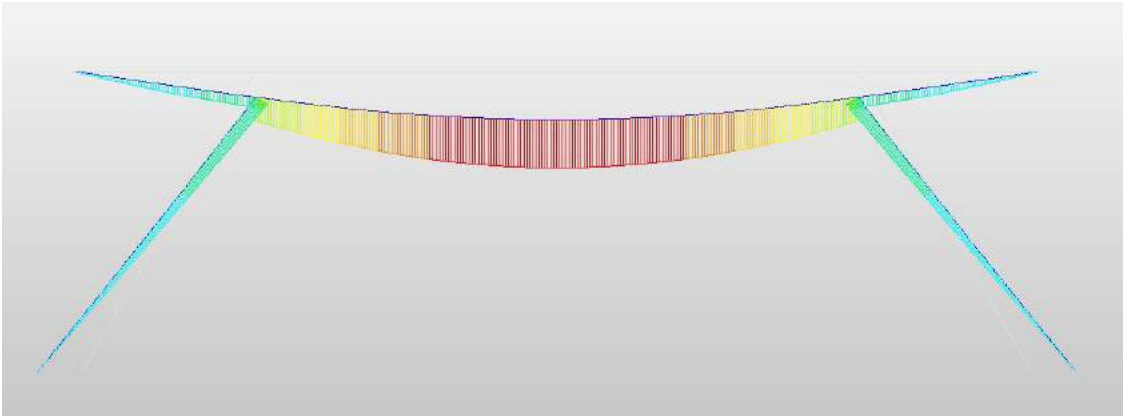


Figura 4.4 Diagrama de momentos flectores del strut frame de pilas inclinadas 60º (más las demás características comentadas en este apartado) para km=1962 kN/m

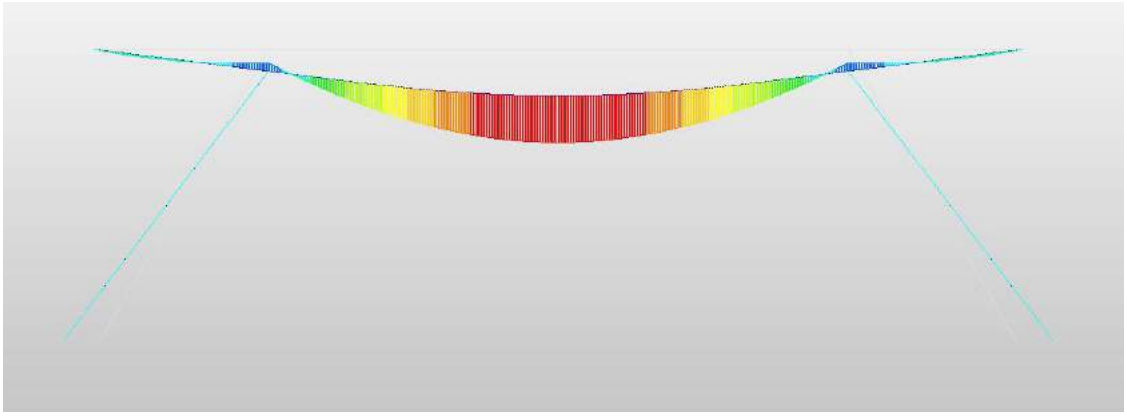


Figura 4.5 Diagrama de momentos flectores del strut frame de pilas inclinadas 60º (más las demás características comentadas en este apartado) para km=19620 kN/m

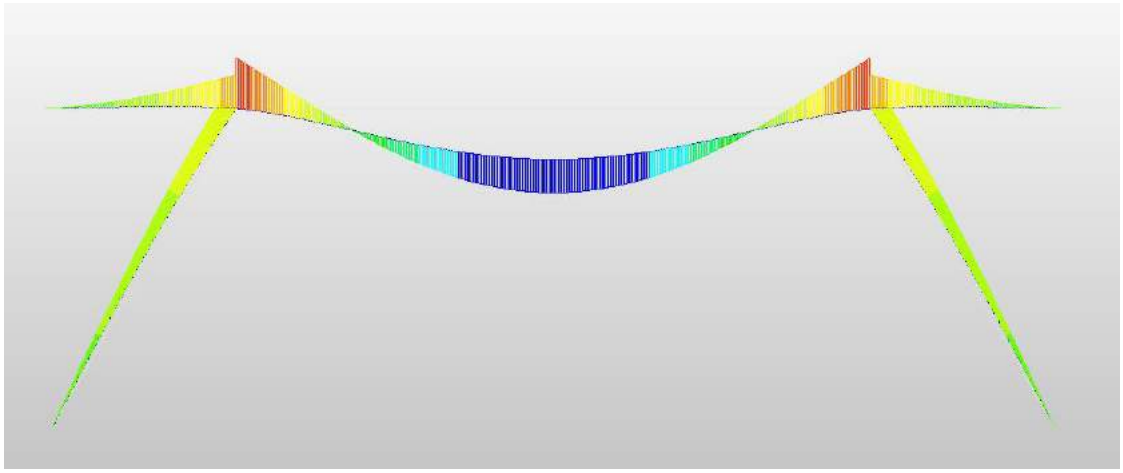


Figura 4.6 Diagrama de momentos flectores del strut frame de pilas inclinadas 60º (más las demás características comentadas en este apartado) para km=19620 kN/m

4.4 Resultados

Se introducen las mismas gráficas de comportamiento de los puentes pórticos de pilas inclinadas del estudio anterior, pero para los strut frames estudiados en este nuevo análisis estructural. Se verá en las distintas gráficas la curva del strut frame intensamente y, del mismo color, pero con cierto grado de transparencia, la propia del "mismo caso" del estudio anterior (entrecomillado obviamente porque lo que cambia es la incorporación de los vanos de compensación). En todas las gráficas, el análisis va a constar de un diálogo de preguntas y respuestas: preguntas acerca de ciertos comportamientos del momento de empotramiento en los strut frames (Mempsf), el cual se compara constantemente con el momento de empotramiento de los puentes de pilas inclinadas (Memppi).

- La primera gráfica (Figura 4.7) es la correspondiente a Memp vs α para distintos tipos de suelos, de muy malos con constantes elásticas bastante bajas a muy buenos, llegando a la idealización teórica de un suelo infinitamente rígido.
    - ¿Por qué en el caso del strut frame todos los Memp de suelos elásticos son relativamente iguales (Excepto en el suelo infinitamente rígido) cuando el ángulo de inclinación de pila tiende a cero (o lo que es más o menos lo mismo, la longitud de pila tiende a infinito (h es fija e igual a 10 m)?

      En el caso de pilas inclinadas cada caso parte de un Memp distinto para $\alpha \rightarrow 0$ ó $Lp \rightarrow \inf$

En el puente solo con pilas inclinadas, estas tienen un rol muy influyente en el comportamiento estructural del mismo, afectando a Memp directamente. En el caso del strut frame, el vano de compensación añade estabilidad y rigidez en el empotramiento y, la pila, aunque no deja de ser muy importante, puede pasar en algunos casos a un segundo plano.

Por esto km es tan predominante en el Memppi, y existe tanta diferencia en este cuando α es pequeño. Obviamente, con suelos blandos, Memppi va a ser positivo: la pila no va a oponerse mucho ni, por tanto, conseguir un cambio de curvatura en la deformada y un Memppi negativo consecuentemente.

En el caso del strut frame el comportamiento cuando $\alpha \rightarrow 0$ tiende a parecerse al de una viga simplemente apoyada con la luz correspondiente al vano central y los dos vanos de compensación, y el momento del dintel en ese punto es lógicamente positivo y su valor es independiente de la rigidez del suelo, dado que la pila está muy tendida siendo muy flexible y no aportando nada de rigidez. Es por esto por lo que Mempsf es muy parecido cuando $\alpha \rightarrow 0$, la pila y el suelo no están aportando nada.

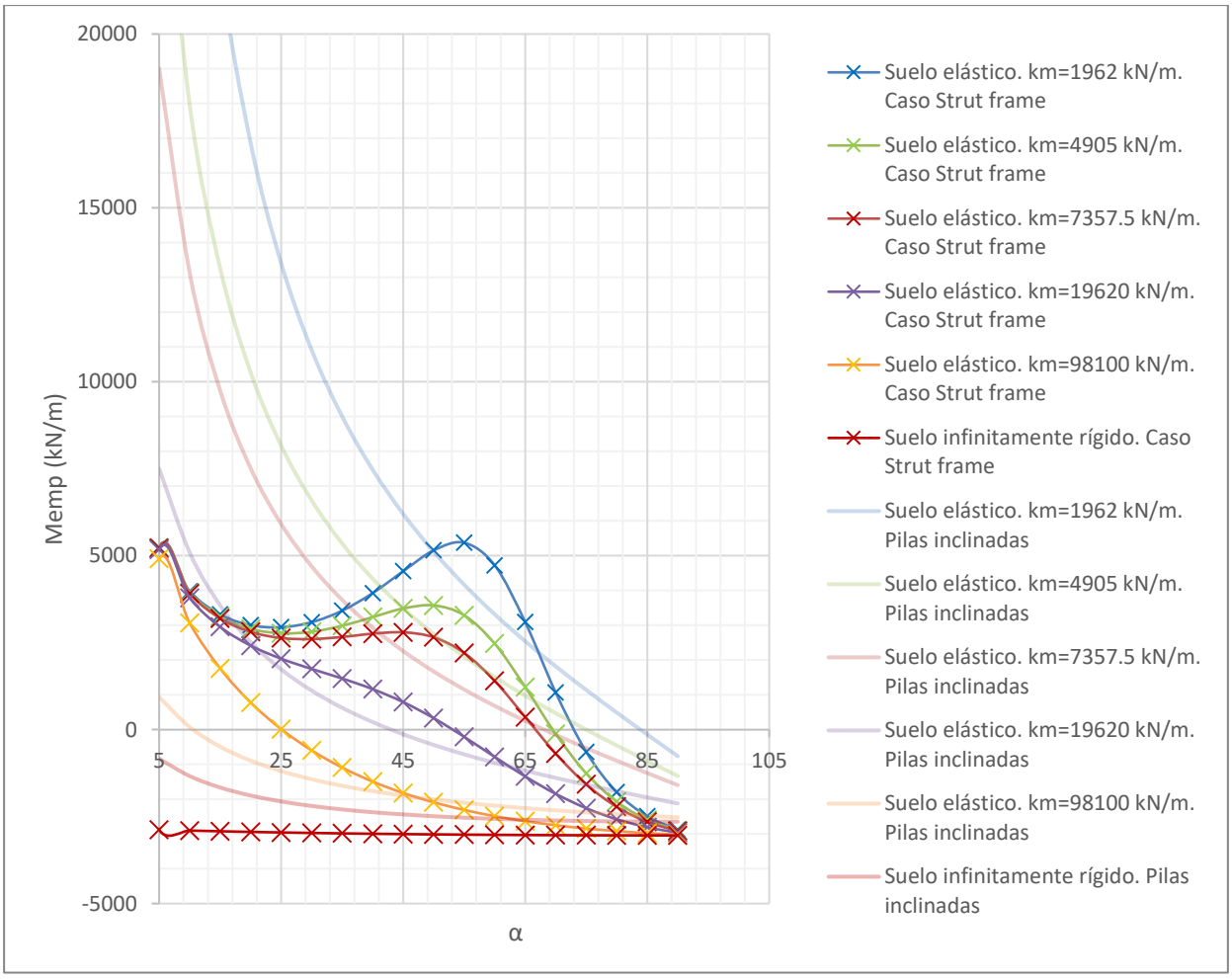


Figura 4.7 Memp vs α para distintos suelos con distintos valores de km. Pilas inclinadas y strut frames

- Mientras que en los casos de pilas inclinadas la tendencia de Memp en todos los casos es la misma (de Memp positivo alto a cambio de signo y Memp aumentando negativamente o directamente de Memp negativo a Memp aún más negativo (caso suelo inf rígido)), en los strut frames sobre suelos muy flexibles (muelles de km menor de 2000 tn/m) se comienza con un pequeño descenso del Memp cuando α pasa de ser muy pequeño (5) a algo mayor (25), después existe un tramo de aumento de Memp (de α=25 a α=60) y finalmente se da el descenso final en el que en los los casos, aproximadamente en el α=75 se produce el cambio de signo en el momento. ¿Por qué?

Cuando el terreno es muy flexible el apuntalamiento es débil, y dado que los desplazamientos vertical del dintel y horizontal de la base de la pila están acoplados por la rigidez axil de esta, cuando el terreno es muy flexible, esta tiende a girar, provocando un momento positivo en el dintel adicional al de la viga biapoyada. Este momento positivo comienza a reducirse cuando la pila adquiere menor longitud (mayor α, mayor rigidez) y esta empieza a apuntalar a los elementos horizontales. Esto tiende a Memp negativo. Se llegará antes Memp negativo mientras más rígido sea el suelo y/o α más parecido a 90º, y perdurará más el Memp positivo mientras más pequeño sea km y/o más pequeño sea el ángulo de las pilas.

Resumen del fenómeno: barra horizontal sin apoyo intermedio (no oposición intermedia casi, suelo malo y α pequeño) vs barra horizontal con apoyo (oposición relativa intermedia, suelo mejor y α mayor)

La pila inclinada empieza a hacerse notar más con el aumento de α, aumenta la rigidez del nudo, el giro del nudo es menor y por lo tanto Memp se reduce.

Esto, llevado a ángulos de 55º/60º grados en adelante, ya ofrece una verticalidad y longitud de la pila (ángulo acercándose al recto, lo cual implica Ld pequeña) tales que la curvatura en el empotramiento ya es capaz de cambiar y, por lo tanto, Memp tiende a ser negativo, apareciendo lo propio de un empotramiento.

Esto explica los dos descensos, el del inicio (5º) hasta aproximadamente 25º y el de 60º a 90º.

Después, el aumento de Mempsf positivo que se da en los casos de suelos muy elásticos entre los ángulos 25 y 55 se debe al siguiente matiz: como ya sabemos, de ángulos muy pequeños (del orden de 5º) hasta 25º aproximadamente, el descenso del Mempsf positivo inicial se da porque la pila empieza poco a poco a aportar algo más de rigidez en la flexión (se acorta) mientras que el suelo, puesto que ambas curvas de las que hablamos casi se superponen entre sí, no tiene influencia ninguna. En el siguiente tramo de ascenso (25º-55º), la pila, pasa a estar fundamentalmente influenciada por el suelo, con una longitud de la pila que sigue siendo grande y su efecto, en comparación con el suelo ahora, despreciable. Como domina el suelo y, en estos casos es de muy mala calidad, el tender a longitudes de pila menores hace que el desplazamiento vertical del empotramiento sea mayor, consecuentemente el deslizamiento del apoyo sobre el suelo también (están acoplados) y, por tanto, volvamos a ver al dintel flectando en ese nudo cóncavamente.

- En los strut frames con suelos rígidos no se da este máximo, es todo descenso. ¿Por qué?

También parten del mismo Memp cuando $\alpha \rightarrow 0$ por lo explicado en los primeros puntos: km no afecta nada y Lp ni se nota en cuanto a aportación de rigidez.

Las dos primeras respuestas explican que los strut frames rígidos no tengan máximo y todo sea descenso. En resumen, el apuntalado de la pila es cada vez más y más efectivo. Esta efectividad es generada por el acortamiento de la pila (más rigidez a flexión) que está contenida a su vez adecuadamente por un suelo en todo momento bueno que no ocasiona grandes deslizamientos.

- El caso del suelo infinitamente rígido con las pilas inclinadas se da un pequeño aumento del Memp negativo. En el caso del Strut frame Memp negativo es casi constante para todo α. ¿Por qué?

El aumento en este caso de Memppi a lo largo de α es lógico. Km no afecta en nada ya que el suelo es infinitamente rígido y lo único que se observa es el aumento de Memppi debido al aumento de la rigidez en el nudo debido al acortamiento de la pila. El ángulo aumenta, Lp disminuye y el cambio de curvatura en la deformada del dintel sobre esa zona se acentúa.

La cuestión es que estamos suponiendo las barras infinitamente rígidas a axil, y esa es precisamente la explicación de por qué cuando la rigidez del suelo es infinita el momento negativo apenas cambia para ángulos pequeños. A todos los efectos se trata de una viga simplemente apoyada de tres vanos, ya que la conexión pila dintel no puede bajar. Esta aumentará paulatinamente el momento negativo, cuando la pila al ser más corta vaya aportando rigidez adicional al nudo, pero, como se observa, es poco comparada con la del dintel de compensación que siendo más corto es bastante más rígido. Por esto último Mempsf es aproximadamente constante para todo ángulo.

Se muestra en la Figura 4.8 [16] una viga continua de tres vanos la ley de momentos flectores que tiene asociada ante una carga uniformemente distribuida sobre toda su longitud.

Otra manera de verlo es a través de la comprensión de lo que es una catenaria, una curva funicular y un antifunicular:

Una catenaria es la curva que genera una cadena cogida por los extremos con tus manos, que cuelga debido a su peso propio. Una cadena así admite principalmente tracción para equilibrarse siendo mínima la flexión. esta tensión es la mínima

Si se le da la vuelta a esta curva y se apoya, nos queda un arco en el que los esfuerzos de compresión prevalecen frente a los de flexión (en muchos casos despreciables). La única necesidad para la estabilidad es o una sustentación en los apoyos que resista empujes laterales hacia fuera o un tensor traccionado que vaya por dentro.

Como pasa con la cadena, mientras más tracción aplicamos más plana se vuelve la catenaria. Lo mismo pasa con los arcos, los más planos soportarán mayores esfuerzos de compresión y los más curvos menos.

Si en lugar de ser una carga uniformemente repartida a lo largo de la traza, es uniformemente repartida a lo largo de su proyección horizontal, el funicular de la carga es una parábola de segundo grado, y si las cargas son puntuales, es una poligonal. Por último, el antifunicular de las cargas corresponde a las curvas que se nos generan al invertir los funiculares de cargas. Se obtiene con esta inversión tensiones de compresión (en lugar de tracción) y la poca flexión que se pudiese dar.

Visualmente, todo esto anterior se explica en la Figura 4.9 y Figura 4.10 [17].

Volviendo a la pregunta de inicio, con este nuevo bagaje podemos decir que la forma del puente pórtico de pilas inclinadas mientras más grandes son estas implica mayores esfuerzos de compresión en los elementos, y, por el contrario, cuando las pilas se hacen más cortas acercándose, la compresión se reduce. Mucha compresión y unos sustentos malos hacen que el dintel flecte hacia dentro bajo las cargas aplicadas. Poca compresión y algo más de verticalidad en las pilas acaba generando una mucho mejor capacidad de empotramiento en la unión pila-dintel.

Figura 4.8 Diagrama de momentos flectores en una viga continua de tres vanos

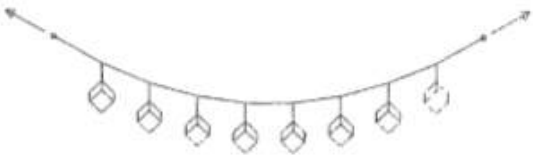


Figura 4.9 Catenaria/curva funicular

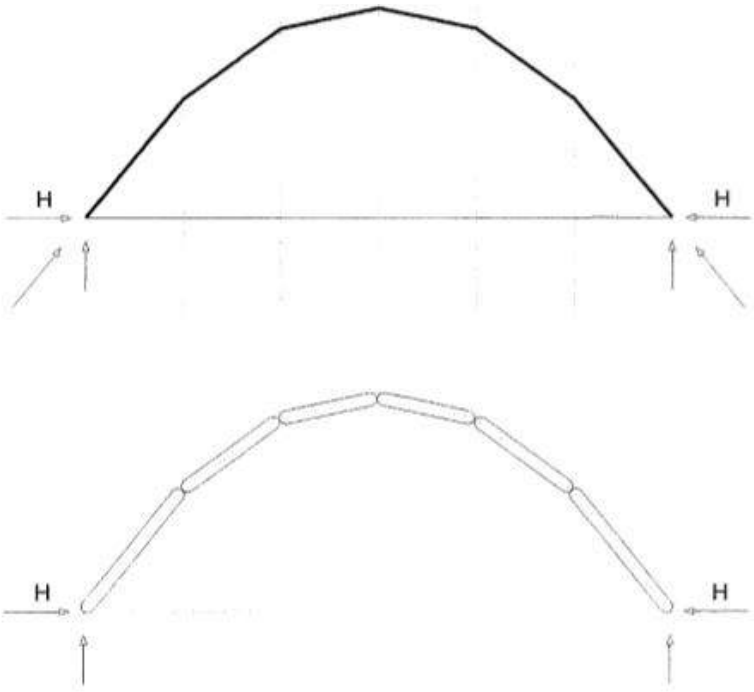


Figura 4.10 Arco. Antifunicular de las cargas.

- Como en el estudio paramétrico anterior, lo segundo grafiado es Memp vs km: En la Figura 4.11 se representa la variación de Memp frente a km para tres puentes pórtico distintos: uno de pilas rectas, otro de pilas inclinadas 60º y otro de pilas inclinadas 60º con vanos de compensación. Después, en la Figura 4.12 se enfrentan tres parejas de puentes de pilas inclinadas α=30º, α=45º, α=60º con y sin vanos de compensación.

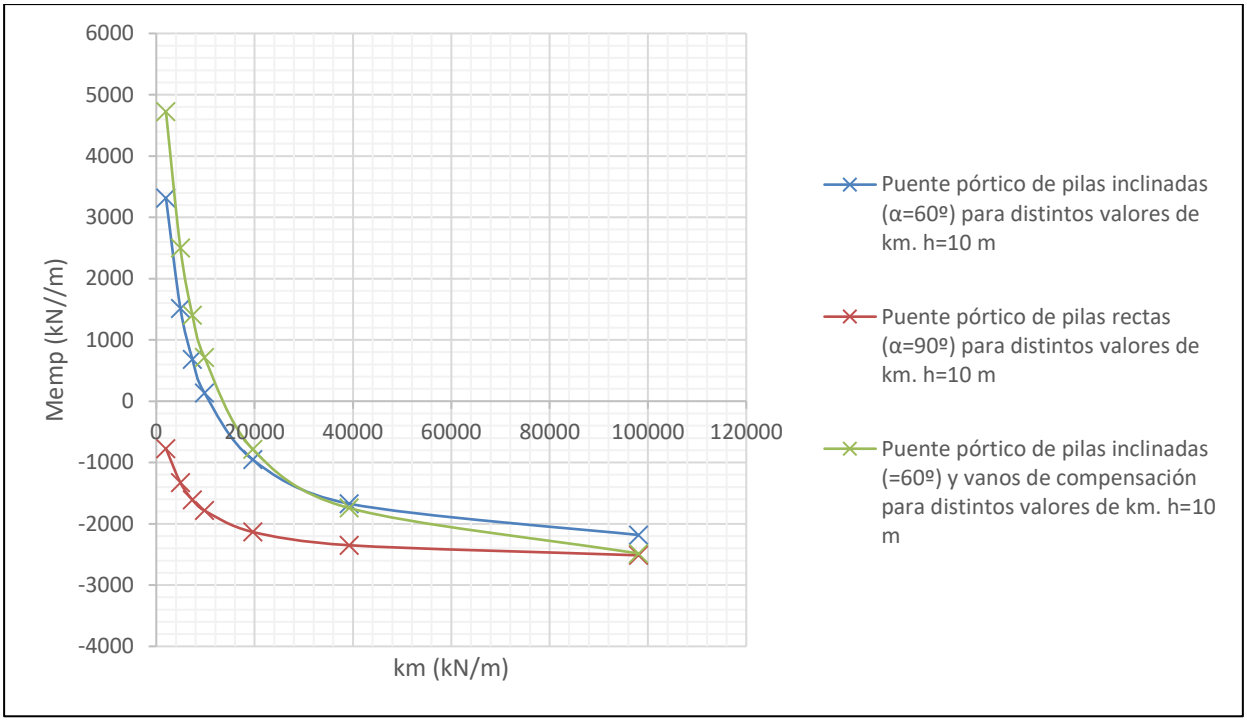


Figura 4.11 Memp vs km para el caso anterior de pilas inclinadas (α=60º), para el caso de pilas rectas analizado en el primer estudio y para el strut frame (pilas inclinadas más vanos de compensación).

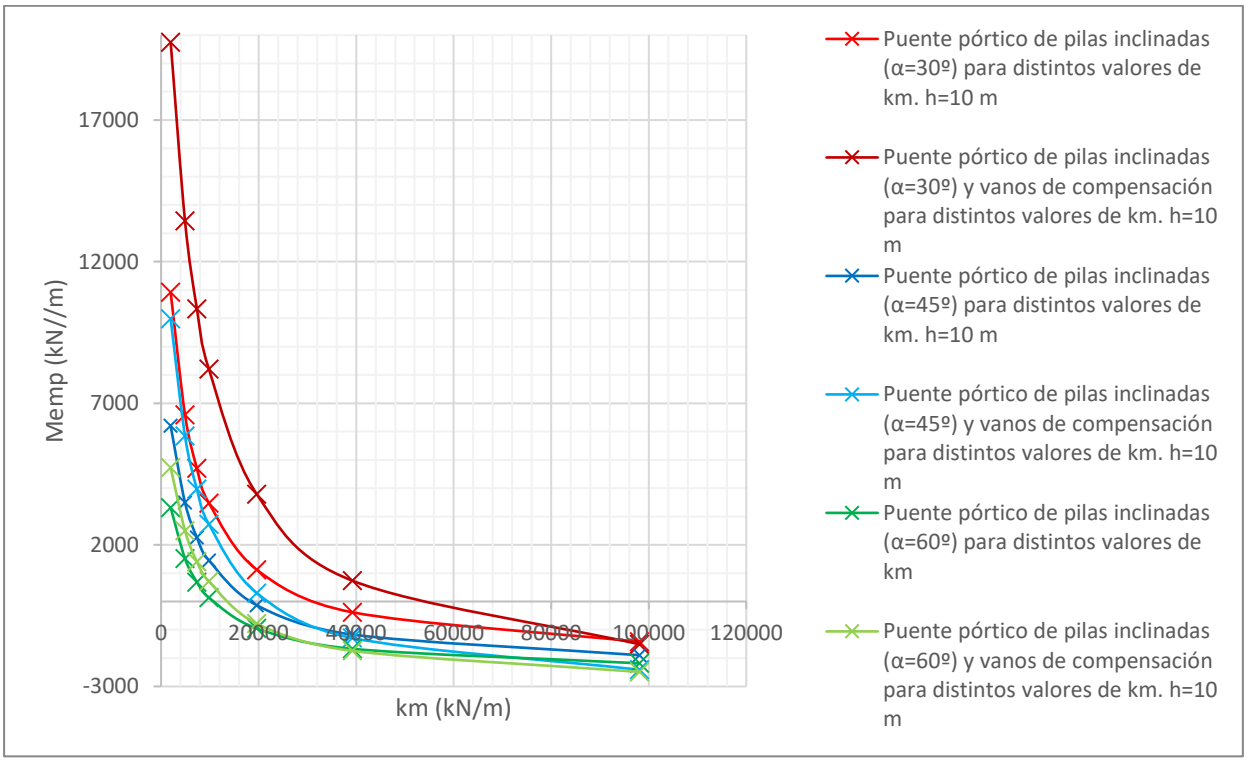


Figura 4.12 Memp vs km. Otras dos parejas de puentes pórtico de pilas inclinadas (α=30º y α=45º) con y sin vanos de compensación

- Como se observa en la Figura 4.11, la tendencia en el comportamiento con vanos de compensación y sin ellos del puente pórtico de pilas inclinadas es muy parecida. Un comportamiento relativamente distinto tiene el puente pórtico simple de pilas rectas, ya discutido en el análisis anterior.

  Comparando la evolución del Memp con el aumento de km para los casos de pilas inclinadas (Memppi) y strut frames (Mempsf), vemos que Mempsf es, cuando este es positivo, siempre más grande que Memppi. ¿Por qué?

Cuando el momento de empotramiento es positivo, Mempsf es mayor que Memppi para todo para cualquier rigidez del suelo. Parece poco lógica de primeras esta revelación. Cabría esperar que el vano de compensación generase sobre el nudo un giro opuesto al generado por el conjunto de dintel y pila inclinada. Por lo tanto, lo intuitivo es afirmar que Memppi será siempre mayor que Mempsf ya que el giro en el primer caso no tiene compensación/oposición ninguna. Esto es normal pensarlo, pero no es así realmente, porque no estamos considerando todas las variables que cambian en el problema del strut frame respecto del de las pilas inclinadas: el vector de cargas también cambia, y, el momento se ve reducido como debe ser, pero la solicitación vertical aumenta bastante. Esto último influye mucho en el desplazamiento vertical de ese nudo, el cual aumenta mientras más pequeño es km. El comportamiento del puente cuando km es pequeño y u4 grande es el de una viga continua biapoyada que contiene el vano central y los de compensación. De hecho, en estos casos, el giro del vano de compensación favorece al giro del vano central en el empotramiento, con lo cual Mempsf tiende a ser más positivo.

Es por tanto un caso en el que no se está totalmente en igualdad de condiciones estructurales y esto ha de tenerse en cuenta a la hora de la interpretación.

- Mempsf siempre cambia de signo con un km mayor. ¿Por qué?

Debería ser al revés. El vano de compensación induce un giro en el empotramiento que favorece el apuntalamiento del mismo por la pila y no al contrario (cuando la pila es suficientemente rígida y las condiciones del suelo aceptables). Por lo tanto, en el Mempsf debería ser un km menor lo que propiciase siempre un cambio de signo puesto que se cuenta con esta acción del vano de compensación. El Memppi no cuenta con esto. Otra vez más, lo que sucede es que estructuralmente los dos problemas que comparamos no están sometidos a las mismas condiciones.

- Para constantes elásticas mayores de 30000 kN/m (suelos muy buenos) Memp es negativo y es ahora Mempsf mayor que Memppi en todo este último tramo.

Esto último sí que parece intuitivo. Al restringir mucho el desplazamiento en el muelle, esto de que el aumento de carga vertical en el nudo aumente indirectamente los momentos ya deja de ser así. La movilidad de u1 y u4 son suficientemente pequeñas y solo nos queda el giro u5 y u7 como libres. Es visible que el cambio de curvatura donde se inserta la pila es más brusco en el caso de los strut frames, por eso Mempsf es mayor que Memppi para estos valores grandes de km. Esto, que como vemos se da en los casos de α=45º y α=60º con una pila bastante rígida, deja de darse en el caso de α=30º. La pila es tan flexible en este último caso que el comportamiento se parece más al de una viga biapoyada de un vano (que incluye el dintel y los vanos de compensación) que a una viga continua simplemente apoyada de tres vanos.

- La Figura 4.9, en la que enfrentamos Memp y h, nos dará, como en todos los estudios anteriores, información relativa a la interacción suelo-estructura. Se describen ahora esquemáticamente las novedades que presentan los strut frames en este aspecto.

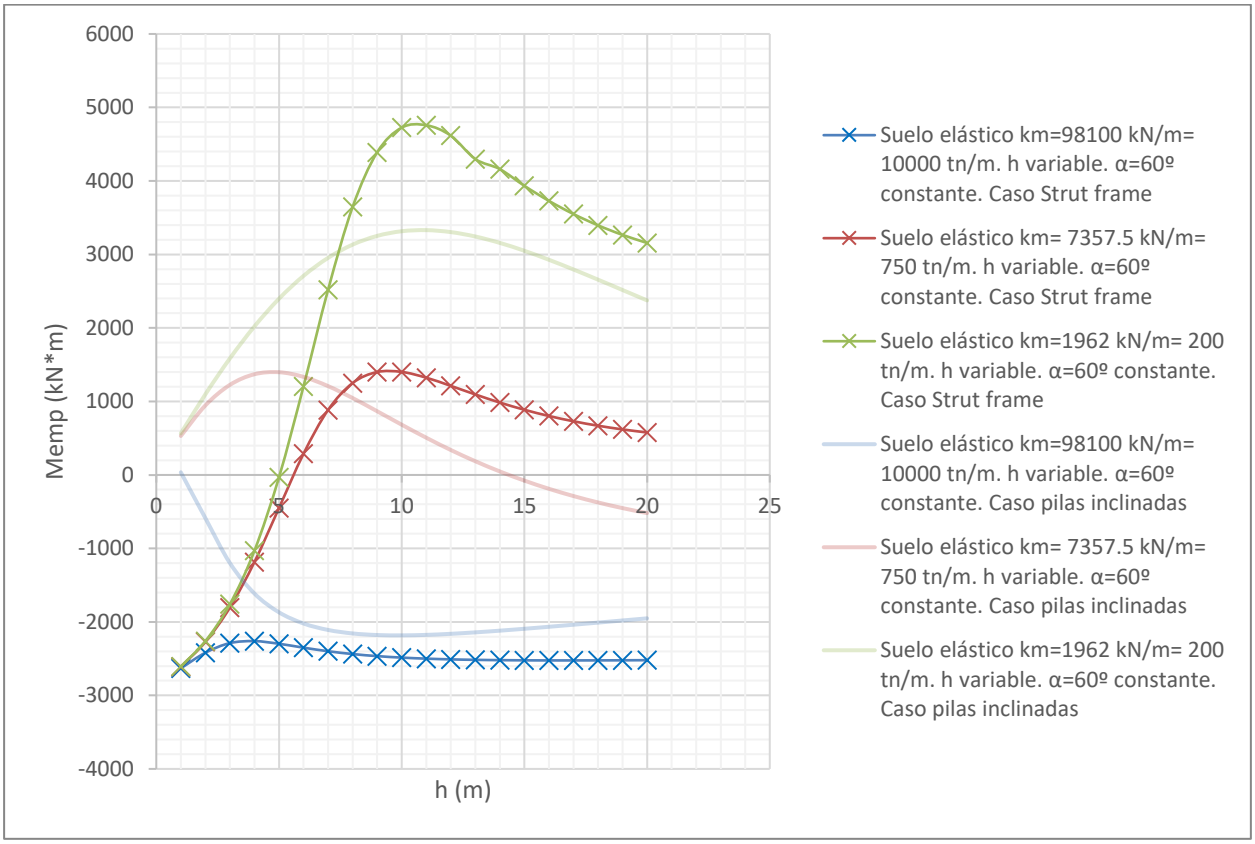


Figura 4.13 Memp vs h para tres casos de puentes "strut frame" con α=60º y suelos modelizados con tres constantes elásticas diferentes

  - Ambos grupos de gráficas parten inicialmente (cuando la h tiende a cero) desde un punto: en el caso de los strut frames se parte desde un Memp muy grande negativo (el más grande de todos sus desarrollos). Los de pilas inclinadas parten todos también aproximadamente de un mismo punto, pero este es un Memp positivo cercano a cero. ¿Por qué?

En el caso de los puentes pórtico solo con pilas inclinadas, el que más o menos todos cuando h tiende a cero partan del mismo Memppi tiene bastante sentido: una pila muy corta implica mucha rigidez a flexión de la misma y a la vez mucha influencia de lo que pasa en el suelo. Parece que en estos casos la rigidez de la pila es lo que prevalece sobre la flexibilidad del suelo y por eso, al ser esta tan grande, el movimiento u4 es muy pequeño al igual que u1. Se asemejan estos puentes pórticos de pilas inclinadas tan pequeñas a vigas biapoyadas (de ahí el momento casi o nulo en ese extremo). La reacción vertical en el apoyo de la pila apenas ejerce momento sobre el nudo empotrado ya que el brazo mecánico (pila) es muy corto.

Por otro lado, cuando se analiza por qué Mempsf, cuando h tiende a cero, parte del mismo punto (negativo y muy grande) para los tres strut frames ensayados, se llega a la siguiente conclusión: en las pilas tan cortas el movimiento de las mismas sigue estando más influenciado por la rigidez de las mismas (el suelo será tan flexible en comparación) y, debido a eso, el movimiento vertical u4 y el movimiento horizontal en la base de la pila u1 es muy pequeño. Además, como antes, no se genera apenas momento en ese nudo por la reacción vertical del apoyo con el suelo ya que el brazo que genera el momento es muy corto. De esta forma, el comportamiento del nudo de inserción pila-dintel tiende a asemejarse a un apoyo simple con una viga continua de hormigón que se apoya sobre él. Por tanto, estos puentes de pilas inclinadas tan pequeñas y vanos de compensación acaban comportándose como una viga continua de tres vanos simplemente apoyada (de ahí esos momentos negativos tan altos en los nudos compartidos por vano de compensación, pila y dintel).

El aumento de h crea una Ld mayor con una rgidez a flexión menor, lo que hará que u4 sea cada vez mayor y el

comportamiento de la viga continua vc-dintel-vc más parecido ahora a el de una viga biapoyada en los extremos, sin apoyos intermedios.

Volvemos a señalar que en los strut frames de suelos no tan buenos a partir de h=10 m Memp empieza a disminuir por el fenómeno ya conocido de "pérdida de capacidad de empotramiento por altura".

- Por último, se añade en este apartado una última gráfica relativa a cómo varía Mempsf cuando lo que aumenta es la longitud del vano de compensación. Se ensayan los strut frames modelizados con un ángulo de inclinación de pila de 60º, h=10 metros, Ld=20 metros, las inercias que se han usado a lo largo de todo el documento para pila y dintel y los distintos km. Para cada caso con cada km, se analiza Mempsf cuando Lvc (con inercia Ivc) toma valores entre 1 y 15 metros.

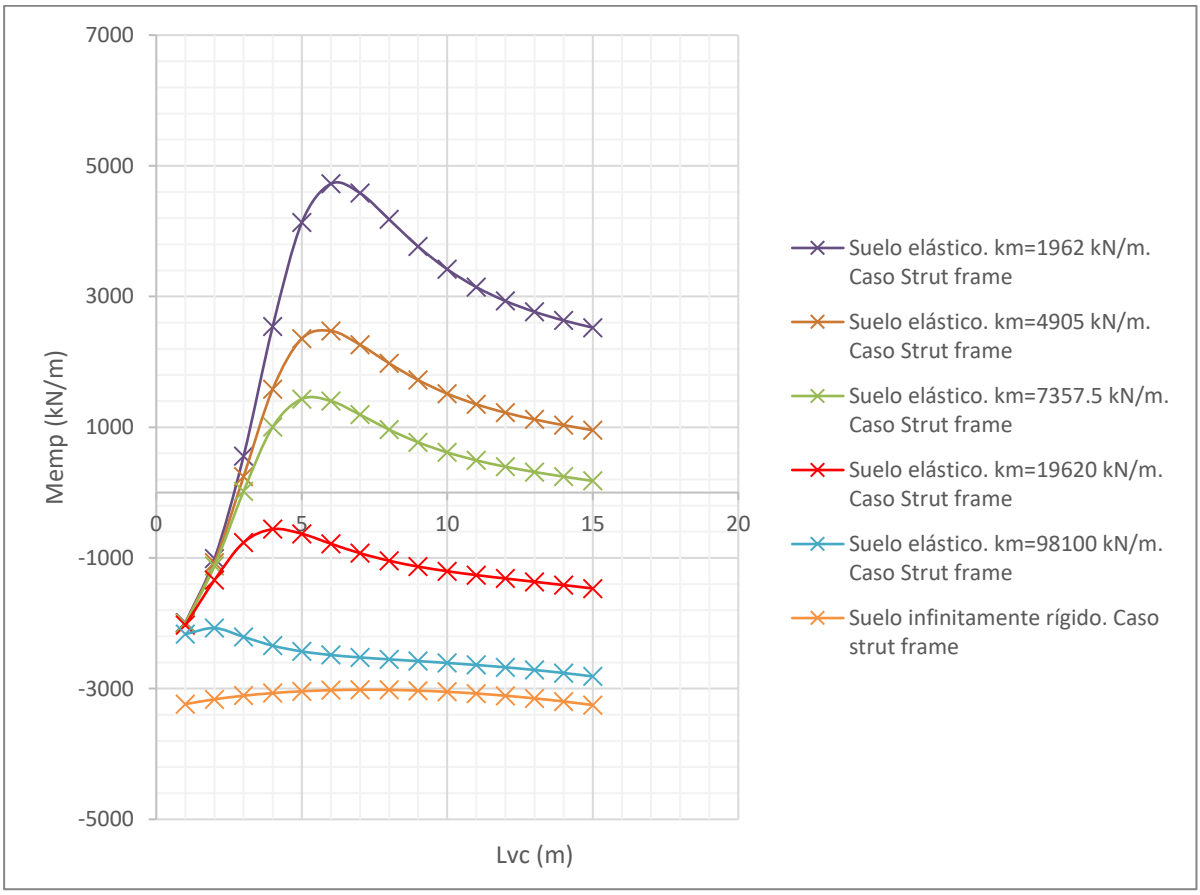


Figura 4.14 Memp vs Lvc para puentes pórtico tipo strut frame con un ángulo de inclinación de pila de 60º y una altura constante h=10 m.

Primero, se hace una introducción teórica que relaciona el momento en el "empotramiento" con el giro en ese mismo nudo: Si el giro es cero, el dintel entre pilas es una viga biempotrada, con un momento negativo $p*Ld^2/12$. Si relajamos las rigideces, el nudo gira en el sentido de las aguas del reloj, llegando a un punto en el que se produce el giro que adopta una viga simplemente apoyada siendo el momento en ese caso igual a cero. Después, si provocamos que el nudo gire aún más, por ejemplo, porque lo haga la pila, el momento será positivo. También puede ocurrir que el vano de compensación lo haga girar en sentido contrario, es decir ángulos menores que cero, lo que daría momentos más negativos que el de la viga biempotrada.

Con todo esto, lo que está pasando es que cuando el vano de compensación es muy corto, es muy rígido y coacciona bastante el giro del nudo, cuando se va haciendo más largo deja que el nudo gire. Pero simultáneamente está ocurriendo que el vano de compensación es una viga articulada "empotrada" en el nudo central, cuyo nudo "empotrado" está siendo obligado a girar más allá del momento de empotramiento (lo de antes), el equilibrio lo está obligando, pero al crecer su longitud cada vez es capaz de aportar más momento al

nudo y por tanto de restablecer el giro en sentido contrario, y aunque la barra pierde la rigidez que tenía ahora lo que aporta es carga.

Por tanto, todos los casos de puentes sobre suelos elásticos parten de un Mempsf negativo cuando la longitud del vano es muy pequeña (muy rígido) porque el dintel pasa a comportarse casi como biempotrado. Después, estos mismos puentes, tienden a tener un Mempsf menos negativo o inclusivo positivo cuando Lvc aumenta hasta 5 metros. El giro del dintel y de la pila (que tienen el mismo sentido y es el de las agujas del reloj) predominan sobre el del vano de compensación (sentido contrario). Se solicita más el dintel por ese lado y, por tanto, el Mempsf que inicialmente era parecido a $-p*Ld^2/12$ tiende a ser positivo. A continuación, cuando Lvc sobrepasa los 5 metros, el giro que vuelve a gobernar ese nudo es el generado por el vano de compensación, que tiende a llevarlo al negativo. Es por esto por lo que se produce un descenso generalizado de Mempsf (siendo positivo o negativo) conforme Lvc aumenta más de 5 metros.

Por último, el caso del strut frame ensayado sobre el suelo infinitamente rígido es, otra vez, el caso de una viga continua de tres vanos simplemente apoyada. El nudo en consideración no puede desplazarse, pasa solo a poder girar.

5. CONCLUSIONES

Se ha realizado una revisión bibliográfica sobre la historia, tipologías, aplicaciones y métodos de construcción de esta clase de puente. Además, se reúnen y se exponen todos los tipos de puentes pórtico obtenidos tras indagar en mucha literatura ingenieril de esta índole, la cual peca en este aspecto de especializada en sólo ciertos de ellos.

También, se han llevado a cabo tres análisis cuantitativos de tres de estos puentes en los que se estudia su comportamiento estructural. Por orden, se ensayan los siguientes puentes: un puente pórtico de pilas rectas, un puente pórtico al que se le inclinan las pilas y, por último, un puente pórtico con pilas inclinadas al que se le añaden unos vanos de compensación.

Del primer análisis se debe resaltar la importancia del parámetro h/L de forma que en el estudio de este tipo de estructuras se debe considerar que para alturas pequeñas de pila el suelo pasa a un plano principal mientras que si la altura es grande la influencia de la flexibilidad del suelo desaparece a efectos prácticos. En resumen, los puentes pórtico de pequeña altura son muy sensibles a las deformaciones del suelo mientras que los altos lo son menos. Por tanto, por su respuesta estructural, se recomiendan puentes pórticos de pilas rectas con pilas relativamente altas cuyo comportamiento no se vea demasiado afectado por el suelo pero que a la vez no ocurra una pérdida de la capacidad de empotramiento en los mismos. Además, mientras más rígido sea el suelo mejor, más posibilidades de que tablero se comporte tendiendo a un perfecto biempotrado, con las ventajas que esto acarrea (Ver 2.3.1).

Del estudio de pilas inclinadas, se destaca la posibilidad de alcanzar luces mayores, aunque, como se ha probado, estructuralmente no responden tan bien con los puentes pórticos de pilas rectas. En todos los casos, con las pilas inclinadas se alcanzan menores momentos negativos en el dintel que con las pilas verticales, ya que, como se observa en la Figura 3.6, la tendencia para todas las rigideces del terreno es aumentar el momento negativo cuando aumenta en ángulo que forma la pila con la horizontal, siendo máximo (negativo) cuando α=90º y reduciéndose tendiendo a ser positivo cuando α es menor que 90º. La inclinación de la pila genera unos desplazamientos verticales en el empotramiento y en la cimentación de un orden superior a los ocasionados cuando las pilas son rectas y esto es desfavorable en todos los sentidos. Como se observa en la Figura 3.8, la combinación α-km que ha de buscarse a la hora de la concepción de una obra como esta comprende ángulos entre α=45º y α=90º y rigideces del terreno de mínimo km=20000 kN/m. Si elegimos con este criterio nos encontraremos en una posición en la que se dará ese empotramiento buscado del dintel. Además, debido a la horizontalidad que presentan estas curvas a partir de km=20000 kN/m, aun dándose posibles fluctuaciones en la rigidez del suelo (agua, consolidación…etc.), el momento de empotramiento negativo permanecerá ahí bastante estable.

La incorporación de los vanos de compensación también añade luz al puente además de una solidez estructural interesante. Esta proviene del giro que estos inducen en el sentido contrario al que la pila y el dintel girarían si no estuviesen. Los vanos muy cortos rigidizan mucho el nudo haciendo que el dintel tienda a comportarse como perfectamente biempotrado, lo cual es favorable parcialmente ya que el comportamiento del dintel será adecuado pero el objetivo de conseguir salvar obstáculos de mayor dimensión se aleja. Conforme aumentan de longitud, el giro en el nudo está cada vez más permitido y, por ejemplo, si analizamos el nudo izquierdo donde convergen estos tres elementos de un puente de este tipo, primero predomina el giro horario del dintel y pila que tiene que ser absorbido por el vano de compensación y luego, cuando Lvc se hace muy grande, será el vano el que se imponga con su giro antihorario solicitando el dintel en demasía. Por tanto, una Lvc aceptable que satisfaga una luz total amplia a la vez que un biempotramiento parcial adecuado en el dintel estará en un caso de Lvc intermedia. En nuestro análisis, para los puentes de esta tipología analizados y grafiados en la Figura 4.14, se ve cómo Lvc mayores de cinco metros empiezan a ser favorables: para suelos rígidos esa longitud ya es suficiente para conseguir un momento negativo en el dintel mientras que para suelos muy flexibles necesitaríamos irnos a vanos de quince metros o más. Por último, también ha de tenerse en cuenta que son puentes constructivamente algo más complejos que los dos anteriores.

REFERENCIAS

[1] http://ingzero.com/Items%20de%20portfolio/puente-ribavellosa/

[2] JURADO CABAÑES, C. *Puentes: evolución, tipología, cálculo, construcción, Tomo I, 2013.*

[3] https://viajes.101lugaresincreibles.com/2012/04/un-pueblo-famoso-por-su-puente-en-madera-bassano-del-grappa-italia/

[4] http://www.highestbridges.com/wiki/index.php?title=Asopos_1943_Viaduct

[5] https://it.wikipedia.org/wiki/Ponte_di_Pinzano

[6] https://structurae.net/structures/esbly-bridge

[7] MANTEROLA ARMISEN, J. *Puentes: Apuntes para su Diseño, Cálculo y Construcción,* vol. 1. Madrid: Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, 2006. ISBN 84-38003-22-2

[8] *MONDORF, PAUL E. Concrete bridges, 2006.*

[9] http://www.puentemania.com/797

[10] http://www.highestbridges.com/wiki/index.php?title=File:TruyereAlainSpielmannArchitecte.jpg

[11] http://www.madeinsouthitalytoday.com/salerno-to-reggio-motorway.php

[12] http://desarrolloperuano.blogspot.com/2013/07/matro-de-lima-vistas-de-los-puentes.html

[13] https://procedimientosconstruccion.blogs.upv.es/tag/ferrocarril/

[14] http://slideplayer.es/slide/10587442/

[15] Google Maps

[16] http://estructurando.net/2016/05/30/metodo-sencillo-para-determinar-flectores-y-deformaciones-en-correas-continuas/

[17] http://oa.upm.es/1502/1/MONO_AROCA_2002_03.pdf

También se consultó para los aspectos introductorios *"Historia de los puentes". Javier Manterola Armisen (2017)* y el software de elementos finitos que hemos empleado para la comprobación de cálculos y visualización de deformadas y diagramas de momentos es *Midas Civil*, la versión de 2019.